

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

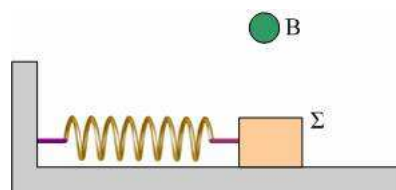
Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Γ_{ετ}

Ημερομηνία: 9/12/2013

Ζήτημα 1ο

Το σώμα (Σ) μάζας M δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου εκτελεί ΑΑΤ σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος A και γωνιακή συχνότητα ω . Όταν το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα (Β) μάζας m , που έπεφτε ελεύθερα. Η κρούση έχει αμελητέα διάρκεια και το συσσωμάτωμα $M+m$ που σχηματίζεται δεν αναπηδά. Επιλέξτε τη σωστή πρόταση αιτιολογώντας την επιλογή σας:



Ι) α) Το συσσωμάτωμα $M+m$ συνεχίζει να εκτελεί ΑΑΤ γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας έχοντας την ίδια περίοδο.

β) Το συσσωμάτωμα $M+m$ συνεχίζει να εκτελεί ΑΑΤ γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με μεγαλύτερη όμως περίοδο.

γ) Το συσσωμάτωμα $M+m$ εκτελεί ΑΑΤ γύρω από νέα θέση ισορροπίας με νέα μεγαλύτερη περίοδο.

ΙΙ) Ο λόγος της ενέργειας ταλάντωσης του συσσωματώματος $M+m$ μετά την κρούση $E'_{ολ}$ προς την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος M πριν την κρούση ($E_{ολ}$) είναι ίσος με:

$$\alpha) \frac{E'_{ολ}}{E_{ολ}} = 1 \quad \beta) \frac{E'_{ολ}}{E_{ολ}} = \frac{M}{M+m} \quad \gamma) \frac{E'_{ολ}}{E_{ολ}} = \frac{m}{M+m}$$

Μονάδες

$$5+15=20$$

Ζήτημα 2ο

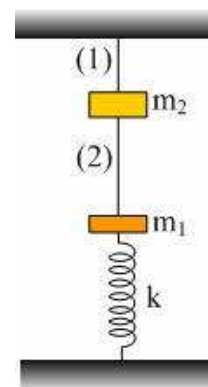
Τα δύο σώματα του διπλανού σχήματος έχουν μάζες $m_1=2\text{kg}$, $m_2=2,5\text{kg}$ και το ελατήριο έχει σταθερά $k=200\text{N/m}$.

α) Αν η τάση του πάνω νήματος (1) είναι $T_1=45\text{N}$, πόση είναι η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα m_1 το οποίο είναι δεμένο στο πάνω άκρο του;

β) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα (1). Αν τα δύο σώματα συγκρούονται τη στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος m_1 , να βρεθεί το μήκος του νήματος (2)

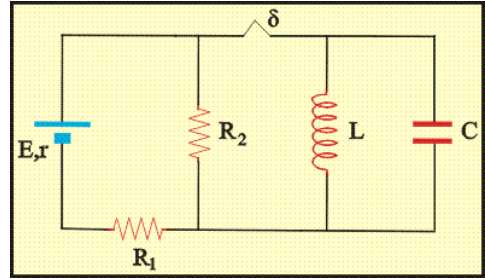
όταν αυτό ήταν τεντωμένο. Δίνονται: $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και $\pi^2=10$

Μονάδες 5+15=20



Ζήτημα 3ο

Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος ο διακόπτης δ είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η πηγή έχει ΗΕΔ $E=12V$ και εσωτερική αντίσταση $r=1\Omega$ ενώ οι αντιστάτες του κυκλώματος έχουν αντίσταση $R_1=5\Omega$ και $R_2=6\Omega$. Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C=10\mu F$ και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=1mH$.



Α) Ποια η τάση στ' άκρα του πηνίου και ποιο το φορτίο του πυκνωτή; Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου;

Β) Κάποια χρονική στιγμή που θεωρούμε $t=0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ .

Να σχεδιάσετε το κύκλωμα $L-C$ σε μια χρονική στιγμή μεταξύ $0-T/4$, όπου T η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης, όπου θα δείχνετε τη φορά του ρεύματος και την πολικότητα του πυκνωτή.

Να γράψετε τη συνάρτηση $q=f(t)$ φορτίου-χρόνου, του οπλισμού που πρώτος θα αποκτήσει θετικό φορτίο.

Ποια η ένταση του ρεύματος που θα διαρρέει τον αντιστάτη R_2 μετά το άνοιγμα του διακόπτη;

Μονάδες $10+10=20$

Ζήτημα 4ο

Ένα σώμα μάζας $m=1kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100 N/m$. Κάποια στιγμή δέχεται περιοδική οριζόντια δύναμη $F=F_0\eta\mu(8t+\phi_0)$, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ταλαντώνεται. Μόλις αποκατασταθεί σταθερή κατάσταση, το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

$x=\frac{1}{4}\eta\mu 8t(SI)$ γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το

σώμα δέχεται δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{avt}=-2\sqrt{3}v(SI)$ όπου v η ταχύτητα του σώματος. Κάποια στιγμή καθώς το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, βρίσκεται

σε απομάκρυνση $x_1=\frac{1}{8}m$. Για τη στιγμή αυτή να υπολογίσετε:

α) την ταχύτητα του σώματος

β) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας

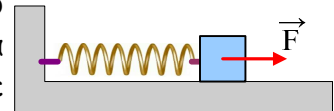
γ) το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας

δ) την εξωτερική δύναμη F καθώς και το ρυθμό μεταφοράς ενέργειας στο σώμα μέσω της δύναμης αυτής

ε) το ρυθμό απώλειας ενέργειας από το σώμα μέσω της δύναμης αντίστασης F_{avt}

στ) Αν αυξήσουμε τη γωνιακή συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $\omega=10 rad/s$, τι θα συμβεί με το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης;

Μονάδες $10+5+5+(5+5)+5+5=40$



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Ζήτημα 1ο

Ι) β Το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ γύρω από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου με

$$\text{περίοδο } T' = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} > T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

ΙΙ) β Πριν την κρούση $E_{ολ} = \frac{1}{2}Mv_{\max}^2 \Rightarrow E_{ολ} = \frac{1}{2}M\omega^2 A^2$

Κατά την κρούση διατηρείται η ορμή του συστήματος στον οριζόντιο άξονα της κίνησης του (Σ):

$$M\omega A = (M+m)v_k \Rightarrow v_k = \frac{M}{M+m}\omega A$$

Η θέση κρούσης είναι η ΘΙ της ΑΑΤ του συσσωματώματος, άρα η ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση, είναι η μέγιστη της ΑΑΤ. Οπότε:

$$E'_{ολ} = \frac{1}{2}(M+m)v_k^2 \Rightarrow E'_{ολ} = \frac{1}{2}(M+m)\frac{M^2}{(M+m)^2}\omega^2 A^2 \Rightarrow E'_{ολ} = \frac{1}{2}M\omega^2 A^2 \frac{M}{M+m}$$

$$\Rightarrow E'_{ολ} = E_{ολ} \frac{M}{M+m}$$

Ζήτημα 2ο

α) Από την ισορροπία του m_2 προκύπτει: $T_1 = T_2 + m_2 g \Rightarrow T_2 = 20N$

Από την ισορροπία του m_1 προκύπτει: $T'_2 = m_1 g + F_{ελ} \Rightarrow F_{ελ} = 0$

Άρα το ελατήριο βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους του

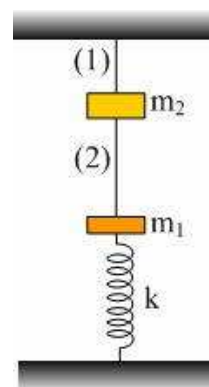
β) Μόλις κοπεί το πάνω νήμα (1), λυγίζει ακαριαία και το νήμα (2).

Οπότε το m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση και το m_1 ΑΑΤ, περιόδου $T = \frac{\pi}{5} \text{ sec}$

και πλάτους $A = \frac{m_1 g}{k} = 0,1m$ αφού ξεκινά από ακρότατη θέση.

Μέχρι να συγκρουστούν περνά $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{10} \text{ sec}$, οπότε το m_2 πέφτει κατά

$$y = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \Rightarrow y = 0,5m \quad \text{Όμως } y = L + 2A \Rightarrow L = 0,3m$$



Ζήτημα 3ο

Α) Εφόσον το ρεύμα έχει σταθεροποιηθεί ισχύει: $V_L = E_{avt} = 0$, οπότε $V_C = V_L = 0 \Rightarrow q = 0$

Ο αντιστάτης R_2 είναι βραχυκυκλωμένος, αφού $V_{R_2} = V_L = 0$ οπότε δε διαρρέεται από ρεύμα.

Έτσι: $I_o = \frac{E}{R_1 + r} \Rightarrow I_o = 2A$ Οπότε: $U_{B(o)} = \frac{1}{2}LI_o^2 \Rightarrow U_{B(o)} = 4 \times 10^{-3} J$

Β) Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, το πηνίο συνεχίζει λόγω $E_{\text{αυτ}}$ να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας φοράς με πριν. Το ρεύμα αυτό προκαλεί φόρτιση του πυκνωτή, με θετικό φορτίο στον κάτω οπλισμό. Ισχύει $q = Q\eta\mu\omega t \Rightarrow q = 2 \cdot 10^{-4} \eta\mu(10^4 t)(SI)$

Μετά το άνοιγμα του διακόπτη ο αντιστάτης R_2 αποσυνδέεται από το πηνίο, οπότε θα διαρρέεται από ρεύμα :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I_1 = 1A$$

Ζήτημα 4ο

α) Η ταχύτητα στην αρμονική ταλάντωση του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \sigma \nu \nu(\omega t) \Rightarrow v = 2 \sigma \nu \nu(8t)(SI)$$

$$\text{Όταν } x_1 = \frac{1}{8} m \Rightarrow \frac{1}{4} \eta\mu(8t) = \frac{1}{8} \Rightarrow \eta\mu(8t) = \frac{1}{2}$$

Τότε όμως $\sigma \nu \nu(\omega t) = \pm \sqrt{1 - \eta\mu^2(\omega t)} \Rightarrow \sigma \nu \nu(\omega t) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ οπότε $v = 2(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\sqrt{3} \frac{m}{s}$ αφού το σώμα βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα και κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του.

$$\beta) \frac{dK}{dt} = P_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot v = ma \cdot v = m(-\omega^2 x) \cdot v \Rightarrow \frac{dK}{dt} = 8\sqrt{3} \frac{J}{s}$$

$$\gamma) \frac{dU}{dt} = -P_{F_{\varepsilon\pi}} = -F_{\varepsilon\pi} \cdot v = -(-kx) \cdot v = kx \cdot v \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -12,5\sqrt{3} \frac{J}{s}$$

δ) Ισχύει ότι:

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow F_{\varepsilon\pi} + F_{\alpha\nu\tau} + F = ma \Leftrightarrow -kx - b v + F = m(-\omega^2 x) \Leftrightarrow$$

$$-100 \frac{1}{8} - (2\sqrt{3})(-\sqrt{3}) + F = -64 \frac{1}{8} \Rightarrow F = -1,5N$$

Το (-) δηλώνει ότι η $\vec{F}$ έχει φορά προς τη ΘΙ, δηλαδή είναι ομόρροπη της ταχύτητας

$$P_F = F \cdot v \Rightarrow P_F = 1,5\sqrt{3} \frac{J}{s}$$

$$\epsilon) P_{F_{\alpha\nu\tau}} = F_{\alpha\nu\tau} \cdot v \Rightarrow P_F = -6\sqrt{3} \frac{J}{s}$$

$$\text{Επαλήθευση αποτελεσμάτων: } \left| \frac{dU}{dt} \right| + P_F = \frac{dK}{dt} + |P_{F_{\alpha\nu\tau}}|$$

στ) Αν αυξήσουμε τη γωνιακή συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $\omega = 10 \text{ rad/s}$ το σύστημα έρχεται σε κατάσταση συντονισμού και το πλάτος γίνεται μέγιστο

$$(\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_o = 10 \text{ rad/s})$$

Θοδωρής Παπασγουρίδης

parasgou@gmail.com