

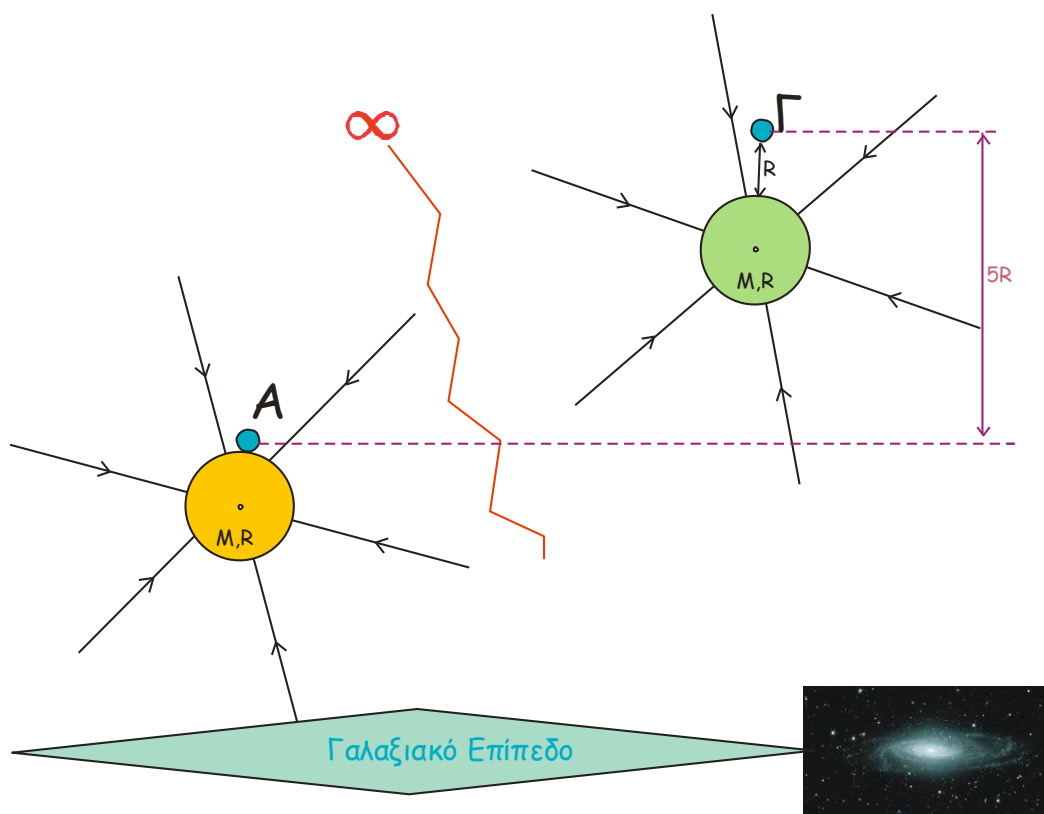
## Η παραβολή των πεδίων

Μια φορά κι έναν καιρό, όχι στα πολύ παλιά, αλλά στα πολύ ... αγέννητα χρόνια για μας, περίπου το έτος 2560 μ.Α.Δ. (μετά Αποικήσεως Διαστήματος), που αντιστοιχεί στο έτος 4.850 του παλιού ημερολογίου των κατοίκων της Ευρώπης, γινόταν μάθημα σε ένα σχολείο μιας μακρινής αποικίας. Η ανθρωπότητα είχε εξελιχθεί ασύλληπτα, όχι μόνο τεχνολογικά, αλλά και βιολογικά. Έχοντας εντάξει στο DNA στοιχεία από τις χιλιετίες ανθρώπινου πολιτισμού, τα παιδιά ήταν πιο έξυπνα, τόσο που ένας μαθητής της 3<sup>ης</sup> Γυμνασίου αντιστοιχούσε σε έναν σημερινό μαθητή της Β' Λυκείου.

Η αποικία λοιπόν που βρισκόμαστε, με ένα γυροσκοπικό σύστημα, διατηρούσε πάντα τον ίδιο προσανατολισμό ως προς το γαλαξιακό επίπεδο, έτσι ώστε οι κάτοικοί της να έχουν εποπτική και σταθερή αντίληψη του πάνω και του κάτω σε σχέση μ' αυτό.

Επειδή και τότε όμως υπήρχαν προβλήματα που ακόμα δεν είχαν λυθεί, εκείνη τη μέρα, ο καθηγητής έγραψε στο ηλεκτρονικό βιβλίο ύλης «τα λάθη και οι ασυνέπειες της σχολικής φυσικής» και εμφάνισε την παρακάτω εικόνα στη γιγαντοοθόνη της σχολικής αίθουσας:

Δύο δίδυμοι πλανήτες είναι απομακρυσμένοι ο ένας από τον άλλον, έτσι ώστε τα βαρυτικά τους πεδία να είναι "ξένα" μεταξύ τους. Δύο ίδια σώματα βρίσκονται στις θέσεις Α και Γ. Ζητάμε να συγκρίνουμε τις δυναμικές τους ενέργειες.



**Καθηγητής:** Μπορούμε, παιδιά, να βρούμε ποιο από τα δύο σώματα έχει μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια λόγω της δύναμης των δύο πλανητών;

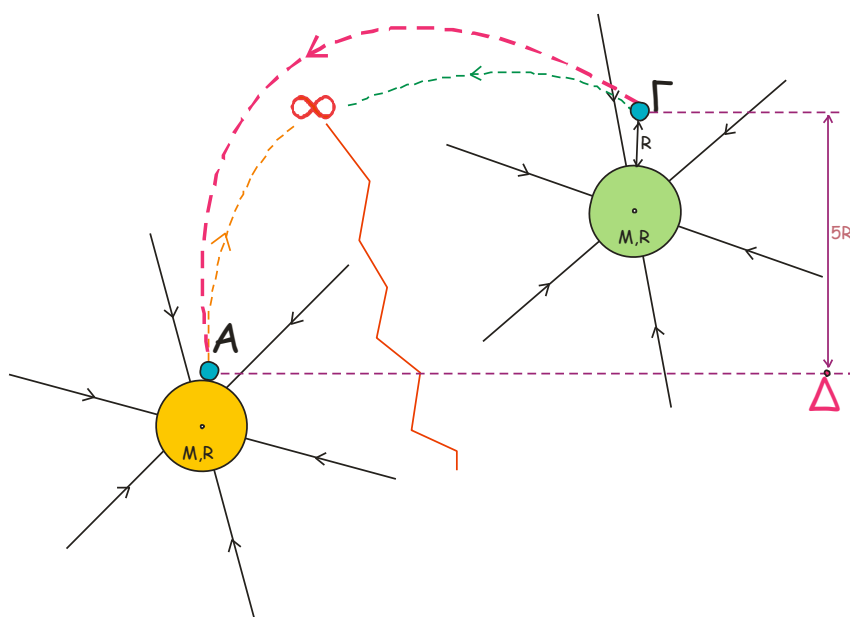
**Μαθητής:** Οι πλανήτες είναι ίδιοι και τα σώματα ίδια, κύριε. Αφού οι πλανήτες είναι πολύ μακριά, κάθε σώμα δέχεται δύναμη μόνο από το «δικό του» πλανήτη. Και αφού το Γ και το Α βρίσκονται σε ίδια βαρυτικά πεδία, με το Γ να είναι **ψηλότερα** από το Α, νομίζω ότι  $U_{\Gamma} > U_{\Lambda}$ .

**Καθηγητής:** Αυτό όμως δεν έχει σχέση με τον **ορισμό** της δυναμικής ενέργειας. Να μην λέμε πράγματα α-νόητα.

**Μαθητής:** Μα η δυναμική ενέργεια δεν είναι βαρυτική λόγω του βάρους και ελαστικότητας λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου;

**Καθηγητής:** Ποιάς ελαστικότητας και ποιού ελατηρίου; Τέλος πάντων, θα το εξηγήσουμε σε λίγο αυτό. Σας λέω τώρα μόνο ότι η δυναμική ενέργεια είναι αυτή που οφείλεται στη συνισταμένη των διατηρητικών δυνάμεων. Εδώ οι δυνάμεις είναι διατηρητικές, οπότε για να μπορούμε να συγκρίνουμε τις δυναμικές ενέργειες, πρέπει να ορίσουμε το ίδιο σημείο αναφοράς και για τα δύο σώματα και να υπολογίσουμε το έργο της συνισταμένης δύναμης στο υπόθεμα, ως το σημείο αναφοράς.

**Μαθητής:** Εντάξει. Να πάρουμε ένα κοινό σημείο... Χμ... μας κάνει το άπειρο κύριε;



**Καθηγητής:** Γιατί να μην μας κάνει; Μια χαρά είναι. Μας διευκολύνει μάλιστα επειδή βρίσκεται έξω και από τα δύο πεδία.

**Μαθητής:** Ωραία.

Με σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας και για τα δύο πεδία στο άπειρο:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Δυναμική ενέργεια του σώματος στον πλανήτη(1): } U_A = W_{\Sigma F}^{A \rightarrow \infty} = W_{mg,1}^{A \rightarrow \infty} = -G \frac{Mm}{R} \\ \text{Δυναμική ενέργεια του σώματος στον πλανήτη(2): } U_\Gamma = W_{\Sigma F}^{\Gamma \rightarrow \infty} = W_{mg,2}^{\Gamma \rightarrow \infty} = -G \frac{Mm}{2R} \end{array} \right\} \Rightarrow U_\Gamma > U_A$$

Δηλαδή μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια έχει το σώμα που βρίσκεται **ψηλότερα**.

**Καθηγητής:** Μην είσαι βιαστικός. Και αν το αποτέλεσμα μας είναι τυχαίο; Το αποτέλεσμα πρέπει να ισχύει για οποιοδήποτε σημείο και όχι μόνο για το άπειρο, που ξέρουμε ότι είναι

ένα «ειδικό σημείο» στο οποίο η δύναμη μηδενίζεται. Αν πάρουμε ως σημείο αναφοράς π.χ. το Α;

**Μαθητής:** Μπορούμε να ορίσουμε ως σημείο αναφοράς και για τα δύο πεδία το σημείο Α; Το σημείο Α είναι σημείο του πεδίου του πλανήτη (1), αλλά για το πεδίο του πλανήτη (2) είναι ένα σημείο στο άπειρο! Ποιο νόημα μπορεί να έχει αυτή η επιλογή;

**Καθηγητής:** Ο ορισμός λέει να υπολογίσουμε το έργο της συνισταμένης δύναμης, δεν ενδιαφέρεται για τα δικά μας νοήματα.

**Μαθητής:** Εντάξει. Παρόλο που μου φαίνεται παράξενο, να προσπαθήσουμε εφαρμόσουμε τον ορισμό για τη δυναμική ενέργεια υποθέματος που μεταφέρεται από το Γ στο Α, ενδιαφερόμενοι μόνο για τη συνολική δύναμη που δέχεται το υπόθεμα. Από το σχήμα φαίνεται ότι η δυναμική ενέργεια του Α είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του Δ. Το Δ απέχει 3R από το κέντρο του πλανήτη (2). Έχουμε λοιπόν:

$$\left. \begin{aligned} U_A &= U_\Delta = 0 \\ U_\Gamma &= W_{\Sigma F}^{\Gamma \rightarrow \Delta} = -G \frac{Mm}{2R} - \left( -G \frac{Mm}{3R} \right) = -G \frac{Mm}{6R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_\Gamma < U_A$$

Ουπς! Το ανάποδο! Μα πώς γίνεται; Έχω κάνει κάπου λάθος;

**Καθηγητής:** Βέβαια έχεις κάνει λάθος. Πρέπει να υπολογίσεις το έργο από το Γ στο Α και εσύ υπολόγισες το έργο από το Γ στο Δ. Αλλά το Α και το Δ δεν είναι το ίδιο σημείο! Αν ήταν το ίδιο, η συνισταμένη δύναμη θα είχε την ίδια τιμή. Αλλά στο Α είναι  $\Sigma F = G \frac{Mm}{R^2}$  ενώ στο Δ είναι  $\Sigma F = G \frac{Mm}{9R^2}$ , 9 ολόκληρες φορές πιο μικρή! Βρήκες λοιπόν τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο Γ ως προς το Δ, αλλά όχι ως προς το Α!

**Μαθητής:** Κατάλαβα, την πατήσαμε... Αλλά τότε πώς θα υπολογίσουμε τη δυναμική ενέργεια στο Γ με σημείο αναφοράς στο Α; Αφού το πεδίο του κάθε πλανήτη δεν φτάνει ως τον άλλον. Πώς θα βρούμε το έργο;

**Καθηγητής:** Είναι πιο απλό απ' ότι φαίνεται. Σκεφτείτε ότι πρέπει να βγούμε από το ένα πεδίο και να μπούμε στο άλλο. Το έργο είναι ανεξάρτητο της διαδρομής. Θα υπολογίσουμε το έργο της συνισταμένης δύναμης από το Γ στο άπειρο και μετά το έργο της από το άπειρο στο Α. Το άθροισμα αυτών των έργων θα είναι αυτό που ζητάμε.

**Μαθητής:** Εντάξει.

Με σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας των σωμάτων το σημείο Α:

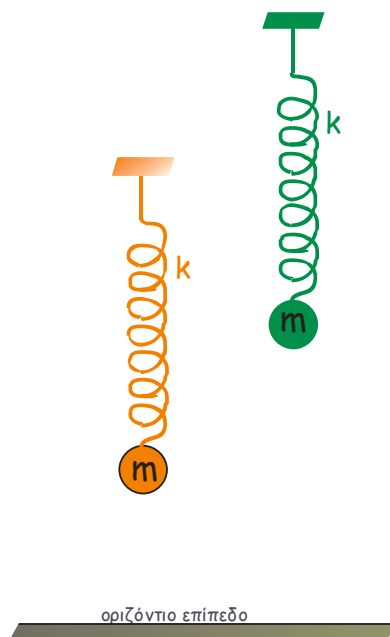
$$\left. \begin{aligned} U_A &= 0 \\ U_\Gamma &= W_{\Sigma F}^{\Gamma \rightarrow A} = W_{mg,2}^{\Gamma \rightarrow \infty} + W_{mg,1}^{\infty \rightarrow A} = -G \frac{Mm}{2R} + G \frac{Mm}{R} = +G \frac{Mm}{2R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_\Gamma > U_A$$

Δηλαδή, παρόλη την «παραξενιά» του Α, καταφέραμε να βρούμε μια διαδρομή που μπορεί να διαγράψει το υπόθεμα, βρήκαμε τις δυνάμεις που δέχεται, υπολογίσαμε το έργο της συνισταμένης δύναμης σ' αυτή τη διαδρομή και καταλήξαμε πάλι ότι  $U_{\Gamma} > U_A$ ! Απ' αυτό καταλαβαίνουμε ότι το έργο της συνισταμένης δύναμης από το Γ στο Α είναι θετικό και ένα σώμα που θα κάνει αυτή τη διαδρομή θα κερδίσει κινητική ενέργεια. Δίκιο είχατε κύριε! Και έτσι βγαίνω πάλι σωστός! Το σώμα που είναι **ψηλότερα** έχει μεγ...

**Καθηγητής:** Καλά, καλά, σταμάτα να επαναλαμβάνεσαι... Γκουχ...Ε... Διαπιστώσαμε λοιπόν παιδιά ότι οποιοδήποτε και αν είναι το σημείο αναφοράς, όσο ψηλότερα βρίσκεται ένα σώμα σε συγκεκριμένο βαρυτικό πεδίο, τόσο μεγαλύτερη είναι η δυναμική του ενέργεια.

**Μαθητής:** Μα αφού αυτό είχα πει από την αρχή γιατί κάναμε όλον αυτό τον κόπο;

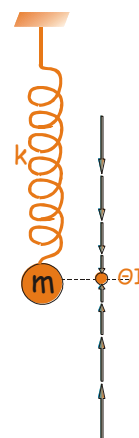
**Καθηγητής:** Μα επειδή δεν γίνεται να κάνουμε Φυσική με τη διαίσθηση. Και επειδή πρέπει να εξετάζουμε αν τα αποτελέσματά μας είναι σύμφωνα με τους ορισμούς. Αλλά και για έναν άλλο λόγο που θα τον καταλάβετε αύριο. Αύριο, θα σας δείξω ότι το αποτέλεσμα που καταλήξαμε δεν είναι γενικά σωστό! Ισχύει για το βαρυτικό πεδίο, μπορούμε να δείξουμε ότι ισχύει και για τα ηλεκτροστατικά πεδία, αλλά θα δείτε ότι δεν ισχύει σε περιπτώσεις σαν αυτή:



Αλλά πρώτα, να σας εξηγήσω κάτι. Η Ανώτερη Φυσική, η Θεωρητική Φυσική δηλαδή, ξέρει ότι τα πραγματικά ελατήρια απέχουν πολύ από τα ιδανικά. Έχουν μάζα, θερμαίνονται κλπ. Γι' αυτό δεν ασχολείται καθόλου με τα ελατήρια.

**Μαθητής:** Και τότε πώς λύνει προβλήματα με ελατήρια κύριε;

**Καθηγητής:** Να σας πω. Βρίσκει τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα και εξετάζει αν η δύναμη αυτή είναι διατηρητική (για να δούμε αν μπορούμε να μιλήσουμε για δυναμική ενέργεια). Στο παράδειγμα που θα συζητήσουμε, κάθε σώμα δέχεται δύναμη  $\Sigma F = -kx$  (το  $x$  το μετράμε από τη θέση ισορροπίας του) που έχει πάντα φορά προς τη θέση ισορροπίας (θυμηθείτε ότι τη λέμε δύναμη επαναφοράς) και είναι πραγματικά διατηρητική. Τώρα, φανταστείτε το εξής: Το

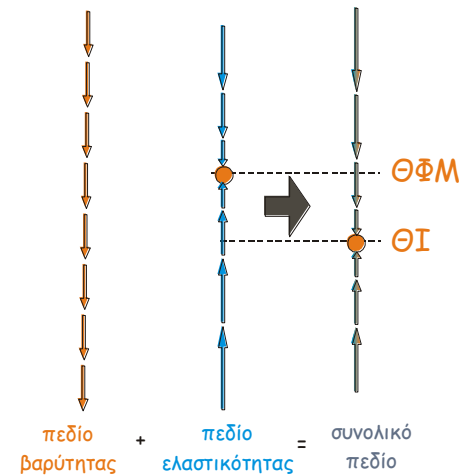


σημείο ισορροπίας δρα σαν «ελκτικό κέντρο». Είναι σα να υπάρχει «κάτι» εκεί που έλκει το σώμα προς αυτό. Και όσο πιο μακριά βρίσκεται το σώμα από το ελκτικό κέντρο, τόσο μεγαλύτερη δύναμη του ασκείται. Μπορούμε να φανταστούμε ότι υπάρχει ένα κατακόρυφο ανομοιογενές πεδίο, σαν αυτό που φαίνεται στο σχήμα.

**Μαθητής:** Ωραίο σχήμα! Θυμίζει το ηλεκτρικό πεδίο αρνητικού φορτίου. Αλλά το πεδίο βαρύτητας που είναι; Το σώμα δεν δέχεται και το βάρος του;

**Καθηγητής:** Φυσικά. Αλλά για προσέξτε καλύτερα. Μιλάμε για τη συνισταμένη δύναμη. Το ελκτικό κέντρο δεν βρίσκεται στη θέση που θα ήταν το άκρο του ελατηρίου αν δεν υπήρχε το σώμα, αλλά λίγο χαμηλότερα.

Να σας κάνω άλλο ένα σχήμα. Το πεδίο μας είναι το άθροισμα του πεδίου βαρύτητας και του πεδίου ...ας πούμε «ελαστικότητας» που προσεγγίζουμε με το ελατήριο. Έτσι το ελκτικό κέντρο της συνισταμένης δύναμης μετατοπίστηκε λίγο παρακάτω από το ελκτικό κέντρο της δύναμης του ελατηρίου, ακριβώς στο σημείο που μηδενίζεται η συνισταμένη του βάρους και της δύναμης του ελατηρίου. Είναι εκεί που οι δυνάμεις ελατηρίου και βάρους είναι αντίθετες.



**Μαθητής:** Πολύ περίπλοκο φαίνεται. Γιατί να το κάνουμε αυτό; Και αφού χωρίς ελατήριο δεν υπάρχει η δύναμή του, ούτε το ελκτικό κέντρο, γιατί λέμε ότι το αγνοούμε;

**Καθηγητής:** Λογικές οι απορίες σας. Φταίει ο τρόπος που διδαχτήκατε τη Φυσική. Θα δούμε ότι η Φυσική δεν είναι αυτή που μάθατε... Αλλά αρκετά για σήμερα, καλύτερα να συνεχίσουμε αύριο. Καλό βράδυ.

**Μαθητής:** Καλό βράδυ, κύριε.

**Γιώργος Γεωργαντάς**

