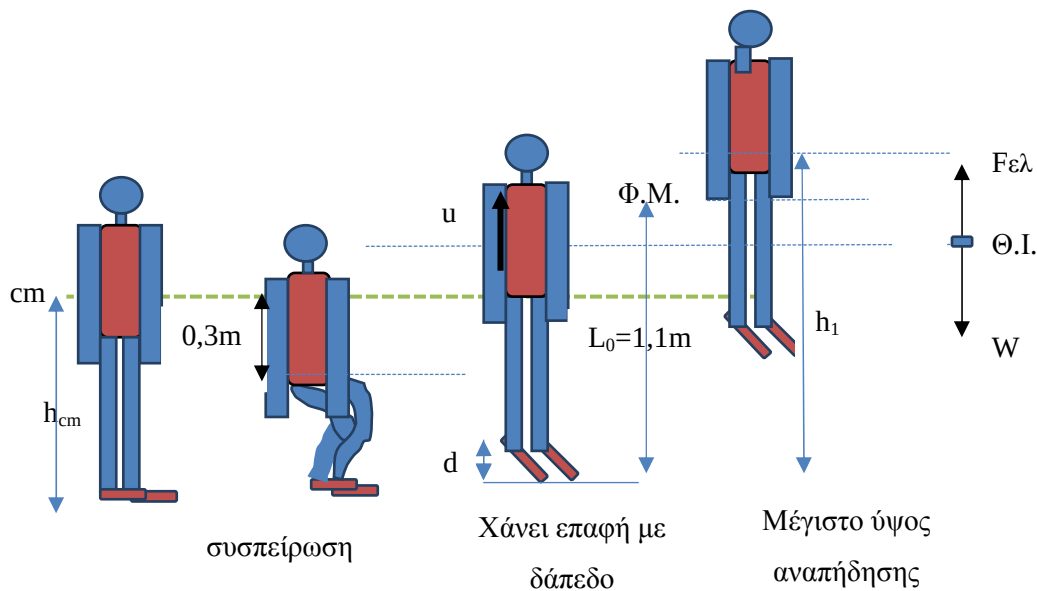


## Επιτόπιο άλμα εις ύψος

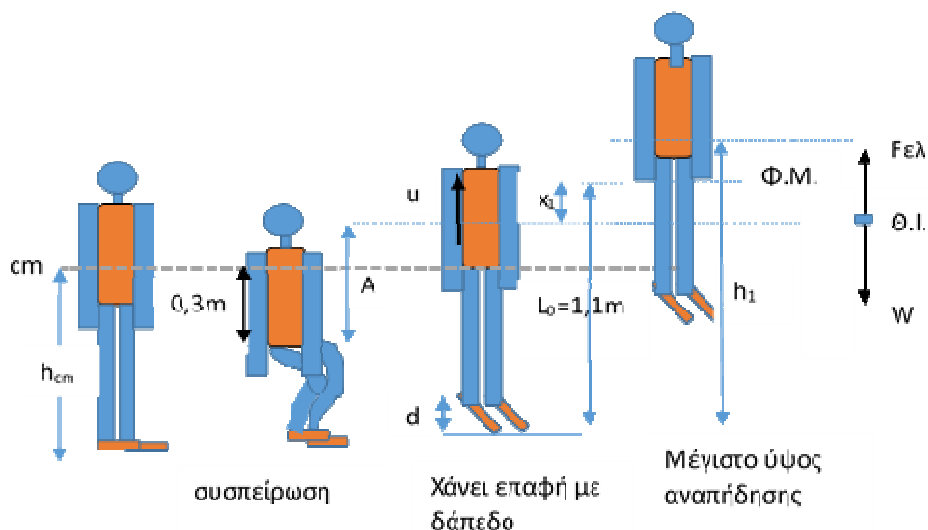


Όταν θέλουμε να κάνουμε άλμα εις ύψος χωρίς φόρα, χαμηλώνουμε το c.m. μας λυγίζοντας τα γόνατά μας , και με μια απότομη προς τα πάνω κίνηση, εκτινασσόμαστε. Τη θέση του “ελατηρίου” έχουν οι μυς των ποδιών μας. Υποθέτουμε ότι κατά την εκτίναξη τα χέρια μας είναι ακίνητα όπως και το υπόλοιπο σώμα μας εκτός των ποδιών που, από λυγισμένα επανέρχονται σε κατακόρυφη θέση. Τη στιγμή που χάνουμε την επαφή μας με το έδαφος, ακουμπάμε με τις μύτες των ποδιών στο έδαφος και οι φτέρνες έχουν ανασηκωθεί κατά  $d=0,1\text{m}$ . Όταν στεκόμαστε όρθιοι το c.m. βρίσκεται σε ύψος  $h_{\text{cm}}=1\text{m}$  από το έδαφος. Χαμηλώνουμε το c.m. κατά  $0,3\text{m}$  και εκτινασσόμαστε. Το μέγιστο ύψος που φτάνει το c.m. μας είναι  $h_1=1,6\text{m}$ . Θεωρείστε ότι η δύναμη που δεχόμαστε από το έδαφος και που ασκούμε σ’ αυτό υπακούει στο νόμο του **Hooke**  $F=k\cdot\Delta l$  . Επίσης θεωρείστε ότι το «φυσικό μήκος του ελατηρίου» των μυών μας απέχει από το έδαφος απόσταση  $L_0=h_{\text{cm}}+d=1\text{m}+0,1\text{m}=1,1\text{m}$  και ότι η μάζα μας είναι  $60\text{kg}$  . Αν  $g=10\text{m/s}^2$  υπολογίστε:

- A) τη σταθερά  $k_1$  του κάθε ποδιού μας.
- B) Το χρόνο εκτίναξης
- Γ) Τη μέγιστη δύναμη που δεχθήκαμε από το έδαφος
- Δ) Το μέγιστο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά την εκτίναξη
- Ε) Τη μέση ισχύς που αναπτύξαμε κατά το άλμα .

Δίνονται  $\eta\mu 2\varphi=2\eta\mu\varphi\cdot\text{συν}\varphi$ .  $\eta\mu 42^\circ=\eta\mu 7\pi/30=2/3$ .

**Απάντηση:**



A ) Τη στιγμή που εγκαταλείπουμε το έδαφος το c.m. μας έχει ταχύτητα  $u$ . Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. μέχρι τη θέση μέγιστου ύψους και έχουμε:

$$mgL_0 + \frac{1}{2}mu^2 = mgh_1 \Rightarrow u = \sqrt{2g(h_1 - L_0)} = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

Από τη θέση συσπείρωσης έως τη θέση που εγκαταλείπουμε το έδαφος η κίνησή μας είναι Α.Α.Τ. και ισχύει η Α.Δ.Ε.Τ. :  $K+U=E$  ή  $\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA^2$  (1)

Από το σχήμα έχουμε:  $h_{cm}-0,3+A+x_1=L_0$  ή  $1-0,3+A+x_1=1,1$  ή  $A=0,4-x_1=0,4-\frac{mg}{k}$

Για τη θέση ισορροπίας έχουμε:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = mg \Rightarrow kx_1 = mg \Rightarrow x_1 = \frac{mg}{k}$

και λόγω της (1)  $mu^2 + kx_1^2 = kA^2$  άρα  $mu^2 + \frac{(mg)^2}{k} = k\left(0,4 - \frac{mg}{k}\right)^2$  ή

$$mu^2 + \frac{(mg)^2}{k} = k0,16 - \frac{480}{k} + \frac{(mg)^2}{k} \Rightarrow 0,16k^2 - 600k - 480 = 0$$

$$k = \frac{600 + \sqrt{360307,2}}{0,32} = \frac{600 + 600,25}{0,32} = 3750,8 \text{ N/m} \text{ οπότε } x_1 = 0,16 \text{ m}.$$

το πλάτος είναι  $A=0,4-0,16=0,24 \text{ m}$ . Το κάθε πόδι μας έχει σταθερά  $k_1=k/2=1875,4 \text{ N/m}$

B) Παίρνουμε θετική φορά προς τα πάνω. Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \text{ Για } t=0, x=-A \text{ άρα } \eta\mu\phi_0=-1 \text{ άρα } \phi_0=3\pi/2.$$

Η κυκλική συχνότητα είναι:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3750,8}{60}} = 7,9 \text{ r/s}$  έτσι  $x=0,24\eta\mu(7,9t+3\pi/2)$  s.i.

Στη θέση που εγκαταλείπει το έδαφος είναι  $x=x_1=0,16 \text{ m}$

$$\text{άρα } \eta\mu(7,9t+3\pi/2)=2/3 = \eta\mu(2\pi+7\pi/30) \text{ ή}$$

$$7,9t+3\pi/2=2\pi+7\pi/30 \text{ ή}$$

$$7,9t=11\pi/15 \text{ ή}$$

$$t=11\pi/15 \cdot 7,9 \text{ ή } t=0,29 \text{ s}$$

Γ)  $F_{εδ,max}=F_{ελ}=k\Delta l_{max}=k(A+x_1)=3750,8 \cdot 0,4=1500,3 \text{ N}$ .

$$\Delta) \quad \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx}{dt} = -Dxu = -DA\eta\mu(\omega t + \varphi_0)u_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) = -DA\omega A\frac{2}{2}\eta\mu(\omega t + \varphi_0)\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) = -\frac{D\omega A^2}{2}\eta\mu 2(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{Όταν } \eta\mu 2(\omega t + \varphi_0) = -1 \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\max} = \frac{D\omega A^2}{2} = \frac{3750,8 \cdot 7,9 \cdot 0,24^2}{2} = 853,38 \text{ J/s}$$

Ε) Η μέση ισχύς που ανέπτυξε στη διάρκεια της εκτίναξης είναι

$$\bar{P} = \frac{W_{el}}{t} = \frac{\frac{1}{2}k(A+x_1)^2}{t} = \frac{0,5 \cdot 3750,8 \cdot 0,4^2}{0,29} = 1034,7 \text{ N}$$

Η στιγμιαία ισχύς είναι:

$$p = \frac{dW_{ελ}}{dt} = \frac{F_{ελ} \cdot dx}{dt} = F_{ελ} \cdot u = k(x+x_1) \omega A \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = 7111,5 \cdot \{0,24\eta\mu(7,9t+3\pi/2)+0,16\} \sigma\upsilon\nu(7,9t+3\pi/2) \text{ s.i.}$$

*Κορκίζογλου Πρόδρομος*