

Ορισμοί και εξισώσεις κίνησης

(γ' μέρος)

Αρμονικά Κύματα

Θα ξεκινήσω το τρίτο μέρος αυτής της ανάρτησης για τη φάση και την αρχική φάση, με κάποιο κομμάτι από παλιό μου κείμενο.

«... Όμως εμένα πιο πολύ από αυτά τα μαθηματικά παιχνιδίσματα με τρομάζει η επόμενη απόπειρα προσέγγισης πολύ σοβαρών φαινομένων, όπως π.χ η συμβολή των κυμάτων, με σύνθεση δύο (απλών) αρμονικών ταλαντώσεων ίδιων χαρακτηριστικών...

Αφού μια απλή πρόσθεση την κάναμε φυσικό φαινόμενο, επιχειρήσαμε αυτό το φαινόμενο που "ανακαλύψαμε" να το εφαρμόσουμε στα κύματα της Φύσης. Στο τέλος φτάσαμε να εξετάζουμε δικά μας "κύματα" και να παράγουμε χίλια δυο καινούρια φυσικά δήθεν φαινόμενα που η Φύση όμως αγνοεί. Ασκήσεις επί ασκήσεων με πολύπλοκα ζητούμενα και ασύλληπτους υπολογισμούς κάνουν την εμφάνισή τους. "Κύματα" με ή χωρίς αρχικές φάσεις πηγών και διαγράμματα απομακρύνσεων με κόγχες εμφανίζονται και ταχύτητες που περιέχουν ασυνέχειες όλων των μαθηματικών ειδών και ατέλειωτες συζητήσεις για το τι ακριβώς συμβαίνει με τα "κύματά μας" τα εμπλουτίζουν με καταπληκτικές ασκησιολογικές "ιδιότητες"...

Διδάσκουμε "κύματα" που δήθεν διαδίδονται με ταχύτητα v , έχουν αρχικές φάσεις, έχουν πηγές που τα παράγουν και πολλές φορές δύο πηγές για να έχουμε συμβολή.

Μα αυτά που διδάσκουμε ούτε κύματα είναι, ούτε διαδίδονται, ούτε πηγές περιέχουν, ούτε είναι κάπου και τρέχουν να πάνε κάπου αλλού, ούτε ξεκινάνε από κάπου, ούτε....ούτε....ούτε....

Στα κεφάλαια "Κύματα" και "Μηχανική Στερεού Σώματος" της Φυσικής Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου, ειλικρινά με πιάνει απελπισία... Τα πράγματα εκεί σκοτεινιάζουν τόσο πολύ... Τί να πεις και από πού να αρχίσεις;»

(«Θέματα Φυσικής-Παρανοήσεις και προτάσεις υπέρβασής τους» σελίδα 338)

Παρόλο που είναι ορατός ο κίνδυνος να προκαλέσω στον αναγνώστη αρνητικά συναισθήματα με το παραπάνω κομμάτι, νιώθω ότι ήμουν υποχρεωμένος να το αναφέρω

- Γιατί δε θέλω να έλθω αντιμέτωπος με τον εαυτό μου, παραμερίζοντας αυτή τη στιγμή όλους εκείνους τους λόγους που μέχρι τώρα δε μου επέτρεψαν να γράψω ένα βιβλίο για τα «Κύματα», αντίστοιχο με εκείνο για τις «Ταλαντώσεις»
- Για να δικαιολογήσω το γεγονός ότι **θα χρησιμοποιήσω φρασεολογία που δεν αποδέχομαι.** Θα το κάνω μόνο και μόνο γιατί πρέπει να μιλήσω με τρόπο που να γίνομαι κατανοητός. Αλλιώς κινδυνεύω να σας δώσω την εντύπωση ότι παραμιλάω
- Γιατί αν κάποτε γράψω αυτό που πραγματικά μου βγαίνει για τα «κύματα», να μη θεωρηθεί ότι αντιφάσκω με το σημερινό μου κείμενο

Όσα αναφερθούν παρακάτω, αφορούν τα αρμονικά «κύματα» που διδάσκουμε στη Φυσική Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου (και όχι μόνο).

Βουβά, θα παρακάμψω ό,τι μου είναι πολύ δύσκολο να προφέρω για αυτά τα «κύματα», μιας και μου στοιχίζει αρκετά που το προφέρω μέσα στην τάξη.

Όμως στην όλη υπόθεση υπάρχει κάτι αρκετά ελπιδοφόρο.

Κάποια αποτελέσματα, συμπεράσματα και μεθοδολογίες της ανάλυσής μου για τη φάση και την αρχική φάση, μπορούν εύκολα να επεκταθούν σε άλλες περιοχές, έστω κι αν γι' αυτό το συγκεκριμένο «αντικείμενο» που από δω και πέρα θα λέμε «κύμα» χωρίς εισαγωγικά, δεν θα χρησιμοποιήσω ορολογία αποδεκτή, από μένα τουλάχιστον.

(Τη λέξη «αντικείμενο» τη χρησιμοποιώ αναγκαστικά, επειδή δε θέλω να χρησιμοποιήσω κάποια άλλη που πιθανώς να δώσει αφορμή να περάσουμε σε συζήτηση αποκλειστικά για τα «κύματα» και όχι για τη φάση και την αρχική φάση)

Ας αρχίσουμε λοιπόν την πορεία μας με κάτι γενικό.

Όταν πρόκειται να γράψουμε την εξίσωση του κύματος που διδάσκουμε και να μιλήσουμε για διάφορα στοιχεία και έννοιες που το αφορούν, όπως φάση, αρχική φάση κ.λ.π., **υπάρχουν δύο τρόποι που, κατά τη γνώμη μου, είναι συλλογιστικά συνεπείς, εννοιολογικά αρκετά ομαλοί και εύκολοι στη χρήση τους.**

α) Να ξεκινήσουμε γράφοντας την εξίσωση κίνησης του πρώτου σημείου O του μέσου, που ξαφνικά μπαίνει σε αρμονική ταλάντωση, ενώ μέχρι τότε ηρεμούσε στη ... «μελλοντική» θέση ισορροπίας του

β) Να ξεκινήσουμε γράφοντας την εξίσωση κίνησης του τελευταίου σημείου M του μέσου, στο οποίο μόλις έχει φτάσει το κύμα

Το σημείο O ή M που θα επιλέξουμε γι' αυτό το σκοπό, θα το καλούμε και **σημείο αναφοράς^(*)**

Εδώ θα πρέπει να τονίσουμε, ότι τα αρμονικά κύματα που εξετάζουμε έχουν μια αρκετά «παράξενη» ιδιότητα:

Όταν κατά τη διάδοσή τους φτάνουν σε κάποιο σημείο του γραμμικού μέσου, τότε το σημείο αυτό αποκτά ακαριαία ταχύτητα μέγιστου μέτρου, ενώ μέχρι τότε ήταν ακίνητο.

Έστω λοιπόν ότι σε ευθύγραμμο (γραμμικό) μέσο άπειρης έκτασης, διαδίδεται προς τα θετικά με ταχύτητα μέτρου v , αρμονικό κύμα κυκλικής συχνότητας ω και πλάτους A .

Τα σημεία του μέσου εκτελούν ταλαντώσεις στο επίπεδο xOy .

Στο σχήμα 1 δίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_0 \in \mathbb{R}$. Εύκολα συμπεραίνουμε ότι το συγκεκριμένο κύμα που μόλις έφτασε στο M , προσδίδει **ακαριαία** στο εν λόγω (υλικό) σημείο, ταχύτητα (μέγιστου μέτρου) κάθετη στον άξονα x προς τα θετικά του y .

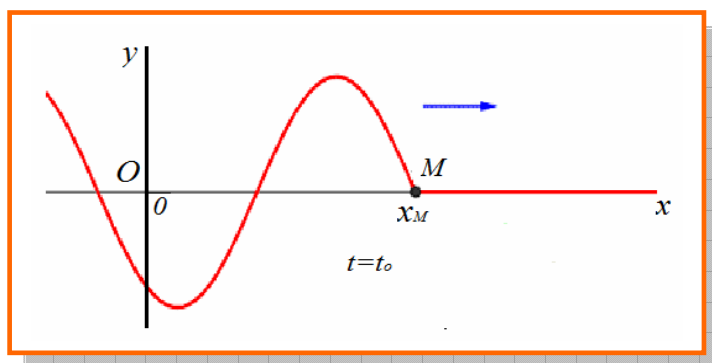
^(*) • Ο λόγος της προτίμησης των O ή M ως σημείων αναφοράς, θα αναδειχτεί γρήγορα μόνος του

• Στο κείμενο αυτό επιλέχτηκε το M ως σημείο αναφοράς

• Ο λόγος που, προσωπικά, προτίμησα το M και όχι στο O , είναι για να αποφύγω να ονομάσω το O «πηγή»

• Αν επιλέξουμε το O ως σημείο αναφοράς μπορούμε να φτάσουμε στην εξίσωση κύματος ακολουθώντας την ίδια ακριβώς μεθοδολογία

Επιλέγοντας να περιγράψουμε την ταλάντωση του M με εξίσωση που περιέχει ημίτονο, η αρχική φάση θα είναι μηδέν.



Σχήμα 1: Στιγμιότυπο αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t_0

Άρα:

Η εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης του M είναι (βλέπε σχέσεις (28) και (29) στο β' μέρος της ανάρτησης «Ορισμοί και εξισώσεις κίνησης»)

$$y_M = A \sin \omega(t - t_0) \quad t \geq t_0 \in \mathbb{R} \quad A > 0 \quad \omega > 0 \quad (46)$$

Η φάση φ_M της απομάκρυνσης του M στην εξίσωση κίνησης (46) είναι

$$\varphi_M = \omega(t - t_0) \quad t \geq t_0 \in \mathbb{R} \quad (47)$$

Η αρχική φάση $\varphi_{M,0}$ της απομάκρυνσης του M στην εξίσωση κίνησης (46) θα βρεθεί θέτοντας στην σχέση που δίνει τη φάση την αρχική τιμή του χρόνου, δηλαδή θέτοντας $t = t_0$.

Είναι λοιπόν

$$\varphi_{M,0} = 0 \text{ rad}$$

Για να προχωρήσουμε τώρα από την εξίσωση κίνησης του M , στην παραγωγή της εξίσωσης κύματος, υπάρχουν δύο εναλλακτικές «φιλοσοφίες».

Τη μία από τις δύο αυτές εναλλακτικές «φιλοσοφίες», την οποία υιοθετεί το σχολικό βιβλίο και θα υιοθετήσουμε κι εμείς στα παρακάτω, την είχαμε τότε κάνει παιχνίδι, που με την αθωότητα των παιδικών μας χρόνων το είχαμε ονομάσει

«Ό,τι κάνει η μάνα, καν' κι η παραμάνα»

Σύμφωνα με αυτή την αθωότητα, πρέπει να δεχτούμε ότι στο αρμονικό κύμα, ό,τι κάνει τη χρονική στιγμή t το σημείο M , που η θέση ισορροπίας του βρίσκεται στη θέση x_M του άξονα x , το έκαναν κάποτε τα σημεία πριν το M και θα το κάνουν κάποτε τα σημεία μετά το M .

Αν λοιπόν το Ν είναι τυχαίο σημείο του γραμμικού (ευθύγραμμου) μέσου, του οποίου σημείου η θέση ισορροπίας έχει τετμημένη x_N , τότε το Ν απέχει από το Μ απόσταση $|x_N - x_M|$ και συνεπώς το τυχαίο αυτό σημείο Ν, θα κάνει (αν $x_N > x_M$) ή έκανε (αν $x_N < x_M$) ό,τι και το Μ, μετά ή πριν από χρόνο $\tau = \frac{|x_N - x_M|}{v}$ αντίστοιχα.

Αφού λοιπόν,

το σημείο αναφοράς Μ

Ξεκίνησε τη χρονική στιγμή $t_0 \in R$ και εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση

$$y_M = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0) \quad \mu\epsilon \quad t \geq t_0 \in R \quad A > 0 \quad \omega > 0$$

το σημείο Ν,

- **αν $x_N > x_M$,**

Θα ξεκινήσει τη χρονική στιγμή $t'_0 = t_0 + \tau$ και θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση με εξίσωση

$$y_N = A \cdot \eta\mu\omega(t - t'_0) \quad \mu\epsilon \quad t \geq t'_0 \in R \quad A > 0 \quad \omega > 0$$

ή πιο αναλυτικά

$$y_N = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0 - \tau) \quad \mu\epsilon \quad t \geq t_0 + \frac{|x_N - x_M|}{v} \quad A > 0 \quad \omega > 0 \quad v > 0 \quad (48)$$

- **αν $x_N < x_M$,**

Ξεκίνησε τη χρονική στιγμή $t''_0 = t_0 - \tau$ και εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση

$$y_N = A \cdot \eta\mu\omega(t - t''_0) \quad \mu\epsilon \quad t \geq t''_0 \in R \quad A > 0 \quad \omega > 0$$

ή πιο αναλυτικά

$$y_N = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0 + \tau) \quad \mu\epsilon \quad t \geq t_0 - \frac{|x_N - x_M|}{v} \quad A > 0 \quad \omega > 0 \quad v > 0 \quad (49)$$

Εύκολα οι σχέσεις (48) και (49) συνδυάζονται σε μια ενιαία σχέση χωρίς απόλυτα:

Στο αρμονικό κύμα του σχήματος 1 που διαδίδεται προς τα θετικά του άξονα x , το τυχαίο σημείο N , τη χρονική στιγμή t θα έχει εξίσωση κίνησης

$$y_N = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0 - \frac{x_N - x_M}{v}) \quad \text{με} \quad t \geq t_0 + \frac{x_N - x_M}{v} \quad (50)$$

Άρα:

Αν η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου αναφοράς M (σημείο με τη βοήθεια της εξίσωσης κίνησης του οποίου, καταστρώθηκε η εξίσωση κύματος) **είναι**

$$y_M = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0) \quad \text{με} \quad t \geq t_0 \in R$$

Τότε:

- Η εξίσωση αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τα θετικά είναι

$$y = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0 - \frac{x - x_M}{v}) \quad \text{με} \quad t \geq t_0 + \frac{x - x_M}{v} \quad (50)$$

$$(t \in R, \quad x \in R, \quad t_0 \in R, \quad A > 0, \quad \omega > 0, \quad v > 0)$$

- Η (συνάρτηση) **φάση του κύματος στην εξίσωση (50) είναι**

$$\varphi = \omega(t - t_0 - \frac{x - x_M}{v}) \quad \text{με} \quad t \in R, \quad x \in R \quad \text{και} \quad t \geq t_0 + \frac{x - x_M}{v} \quad (51)$$

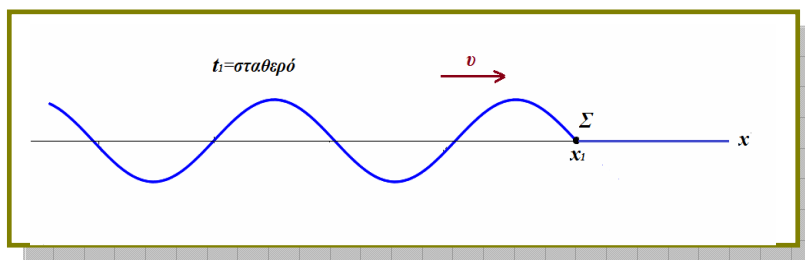
- Η αρχική φάση του κύματος στην εξίσωση (50) είναι η τιμή που μας δίνει η φάση για τη μικρότερη δεκτή τιμή του χρόνου

$$\varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

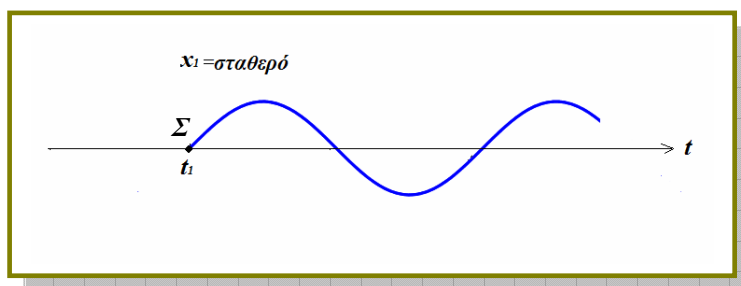
Τα παραπάνω θεωρούνται αυτονόητα, λόγω της φιλοσοφίας που υιοθετήσαμε για την κατάστρωση της εξίσωσης κύματος:

«Όλα τα σημεία του γραμμικού μέσου έκαναν, κάνουν και θα κάνουν αυτό που έκανε, κάνει και θα κάνει το σημείο αναφοράς M :

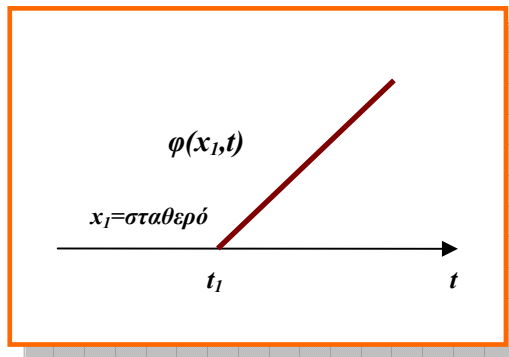
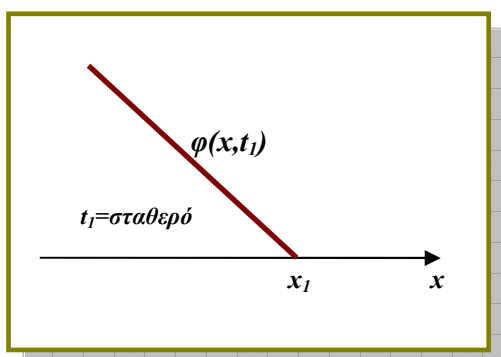
Αρχικά ηρεμούν και όταν φτάνει η διαταραχή κινούνται ακαριαία και με μέγιστη ταχύτητα προς τα θετικά του άξονα y . Συνεπώς, όλα τα σημεία του μέσου που ήδη ταλαντώνονται εξαιτίας του κύματος που εξετάζουμε, έχουν αρχική φάση $\varphi_0 = 0 \text{ rad}$ »



Σχήμα 2: Στιγμιότυπο αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t_1 , η οποία μπορεί να είναι προγενέστερη ή μεταγενέστερη της χρονικής στιγμής t_0 , κατά την οποία αρχίσαμε να παρακολουθούμε το σημείο αναφοράς M και να καταστρώνουμε την εξίσωση του κύματος. Το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι το σημείο Σ . Το σημείο αναφοράς M , καθώς και η αρχή των αξόνων O μπορούν να βρίσκονται οπουδήποτε πριν ή μετά το Σ



Σχήμα 3: Η αρμονική ταλάντωση του τυχαίου σημείου Σ που βρίσκεται στη θέση x_1 , άρχισε τη χρονική στιγμή t_1 όταν το κύμα έφτασε στο Σ . Η χρονική στιγμή t_1 μπορεί να είναι προγενέστερη ή μεταγενέστερη της χρονικής στιγμής t_0 , κατά την οποία αρχίσαμε να παρακολουθούμε το σημείο αναφοράς M και να καταστρώνουμε την εξίσωση του κύματος. Οι θέσεις x_M και $x=0$ του σημείου αναφοράς M και της αρχή των αξόνων O αντίστοιχα, μπορούν να βρίσκονται οπουδήποτε πριν ή μετά το x_1



Σχήμα 4: Γραφικές παραστάσεις της φάσης του κύματος στην εξίσωση (50)

Ας δώσουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα

(Τα νούμερα είναι πρόχειρα, χωρίς έλεγχο αν έχουν κάποια πρακτική αξία, δοσμένα μόνο και μόνο για να δούμε τη λειτουργία όσων περιγράφουμε)

Αρμονικό κύμα πλάτους A και κυκλικής συχνότητας $\omega=5\pi \text{ rad/sec}$, «διαδίδεται προς τα θετικά του άξονα x » με ταχύτητα μέτρου $v=3 \text{ m/sec}$.

Τη χρονική στιγμή $t_0=6 \text{ sec}$ η διαταραχή φτάνει στο σημείο M , το οποίο, ενώ μέχρι τότε ηρεμούσε στη θέση $x_M=4 \text{ m}$, αποκτά ακαριαία μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης (ταχύτητα μέγιστου μέτρου προς τα θετικά του άξονα y)

Θεωρώντας το σημείο M (το «τελευταίο» σημείο που εξαιτίας του κύματος μπήκε σε κίνηση και μάλιστα χωρίς αρχική φάση) ως σημείο αναφοράς, η εξίσωση του (τρέχοντος) κύματος και η φάση του δίνονται από τις συναρτήσεις (50) και (51).

Αντικαθιστώντας προκύπτει

Εξίσωση κύματος

$$y = A \cdot \eta\mu 5\pi \left(t - 6 - \frac{x-4}{3} \right) \quad \mu\epsilon \quad t \in R, \quad x \in R \quad \kappa\alpha\iota \quad t \geq \frac{14+x}{3} \quad (52)$$

Φάση στην εξίσωση κύματος (52)

$$\varphi = 5\pi \left(t - 6 - \frac{x-4}{3} \right) \quad \mu\epsilon \quad t \in R, \quad x \in R \quad \kappa\alpha\iota \quad t \geq \frac{14+x}{3} \quad (53)$$

Αρχική φάση στην εξίσωση κύματος (52)

$$\varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι:

- Το κάθε σημείο του μέσου έχει τη δικιά του εξίσωση ταλάντωσης και τη δικιά του χρονική συνάρτηση φάσης, με τα δικά τους πεδία ορισμού

Για παράδειγμα, το σημείο $x=0$ έχει εξίσωση ταλάντωσης

$$y = A \cdot \eta\mu 5\pi \left(t - \frac{14}{3} \right) \quad \mu\epsilon \quad t \geq \frac{14}{3} \text{ sec} \quad (54)$$

φάση που δίνεται από τη συνάρτηση

$$\varphi = 5\pi \left(t - \frac{14}{3} \right) \quad \mu\epsilon \quad t \geq \frac{14}{3} \text{ sec} \quad (55)$$

και αρχική φάση

$$\varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

- Τη χρονική στιγμή $t=6 \text{ sec}$ κατά την οποία το κύμα φτάνει στο Μ κι εμείς αρχίζουμε να καταστρώνουμε την εξίσωση ταλάντωσής του προκειμένου να φτάσουμε στην εξίσωση του κύματος, **όλα τα σημεία του μέσου με τετμημένη $x \leq x_M$ έχουν ήδη φάση.**

Για παράδειγμα, η φάση του $x=0$ τη χρονική στιγμή $t=6 \text{ sec}$ που αρχίζουμε να παρατηρούμε το Μ και κατά συνέπεια το κύμα είναι

$$\varphi = 5\pi(6 - 6 - \frac{0 - 4}{3}) = \frac{20\pi}{3} \text{ rad}$$

Το γεγονός αυτό, ότι δηλαδή τη στιγμή $t=6 \text{ sec}$ όλα τα σημεία του μέσου πριν το Μ έχουν φάση, το έχουμε πάρει ήδη υπόψη μας στην κατάστρωση της εξίσωσης κύματος και κατά συνέπεια και στην εξίσωση (54) που είναι η εξίσωση ταλάντωσης του $x=0$.

Αυτή η προνοητικότητα μεταφέρθηκε και στην (55) που είναι η εξίσωση της φάσης του $x=0$.

Έχει σημασία να δούμε, ότι η αρχική φάση κάποιου σημείου του μέσου, για παράδειγμα του σημείου $x=0$, δε θα προκύψει από τη σχέση (55) βάζοντας όπου $t=6 \text{ sec}$, βάζοντας δηλαδή τη στιγμή που αρχίσαμε να παρατηρούμε το σημείο αναφοράς Μ και άρα τη στιγμή που αρχίσαμε να καταστρώνουμε την εξίσωση του κύματος, αλλά τη στιγμή που το κύμα έφτασε στο εν λόγω σημείο, έστω κι αν τότε δεν είχαμε αρχίσει ακόμη την παρατήρηση του κύματος.

Αυτό με τη σειρά του σημαίνει ότι αν στη φάση του $x=0$ βάλουμε $t=6 \text{ sec}$, δε θα προκύψει η αρχική φάση του $x=0$, αλλά η φάση του τη χρονική στιγμή που αρχίσαμε να παρατηρούμε το κύμα.

Εδώ υπάρχει ένα οξύμωρο σχήμα που συντηρεί τη «φιλοσοφία» μας και συντηρείται από αυτή:

Η εξίσωση του κύματος, μπορεί να άρχισε να καταστρώνεται τη χρονική στιγμή 6 sec με «αφορμή» την έναρξη της ταλάντωσης του σημείου αναφοράς Μ, αλλά στην τελική της μορφή συμπεριελήφθησαν όλα τα σημεία του μέσου, τα πριν και τα μετά του Μ, με τον κατάλληλο όμως περιορισμό στο χρόνο t για κάθε σημείο (το κατάλληλο πεδίο ορισμού), ώστε να εξασφαλιστεί η χρονική στιγμή που το εν λόγω σημείο μπήκε ή θα μπει σε ταλάντωση και άρα να εξασφαλιστεί ότι η εξίσωση κίνησής του έχει νόημα να γραφεί.

Κατά συνέπεια, η εξίσωση ταλάντωσης του $x=0$, φτιάχτηκε για να «αρχίσει να λειτουργεί» και άρα νομιμοποιείται να γράφεται από τη χρονική στιγμή $14/3 \text{ s}$ και μετά (έχει δηλαδή καθορισμένο πεδίο ορισμού).

Η αρχική φάση λοιπόν στην εξίσωση ταλάντωσης του $x=0$, θα βρεθεί όταν στη συνάρτηση που δίνει τη φάση του βάλουμε την πρώτη επιτρεπτή, από το πεδίο ορισμού της, τιμή του χρόνου. Όταν δηλαδή βάλουμε την $14/3 \text{ sec}$.

Τότε θα βγει ότι η αρχική φάση στην εξίσωση ταλάντωσης του $x=0$ είναι μηδέν, όπως εξάλλου ήταν και αναμενόμενο.

Αυτό δεν είναι τρωτό της Θεωρίας μας, αλλά η «φιλοσοφία της».

Είναι η παιδική αθωότητα του **«ό,τι κάνει το Μ κάνει και το παραΜ»**

(Στο ίδιο θέμα θα επανέλθουμε και παρακάτω)

Γενικές παρατηρήσεις

α) «Η φιλοσοφία» την οποία υιοθετήσαμε κατά την παραγωγή της εξίσωσης κύματος απαιτεί

- Να γράψουμε την εξίσωση ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου (σημείο αναφοράς), σύμφωνα με όσα έχουμε διδάξει στις ταλαντώσεις και συνεπώς με προσδιορισμό αρχικής φάσης που να περιορίζεται σε ένα τριγωνομετρικό κύκλο
- Να πούμε ότι τα υπόλοιπα σημεία του μέσου έκαναν ή θα κάνουν αυτό που έκανε το σημείο αναφοράς

Επιβάλλεται λοιπόν, η εξίσωση του κύματος που θα καταστρώσουμε, να εξασφαλίσει ότι η αρχική φάση όλων των σημείων του μέσου θα είναι ίδια με εκείνη του M και κατά συνέπεια θα πρέπει να περιορίζεται σε έναν τριγωνομετρικό κύκλο.

Αν δε συνέβαινε αυτό, ή «η φιλοσοφία» μας θα ήταν ανεπαρκής ή η εξίσωση κύματος που θα προέκυπτε θα ήταν λάθος

β) Στη σελίδα 2 ανέφερα ότι ένας από τους λόγους που δεν υιοθέτησα το O ως σημείο αναφοράς, ήταν για να μην αναγκαστώ να το ονομάσω «πηγή».

Μπορούμε τώρα να δικαιολογήσουμε την επιλογή του M ως σημείου αναφοράς και με έναν ακόμη λόγο:

Καλό είναι, για να μη πω επιβάλλεται, να επιλέγουμε ως σημείο αναφοράς κάποιο σημείο, που να εξασφαλίζει εύκολα ότι όλα τα σημεία του μέσου θα κάνουν αυτό που συμβαίνει στην

«πραγματικότητα που διδάσκουμε» στους μαθητές, έστω κι αν αυτή δεν είναι η πραγματικότητα που βλέπουν γύρω τους.

Να εξασφαλίζει δηλαδή, ότι αρχικά όλα τα σημεία του μέσου ηρεμούν και ότι «όταν φτάσει το κύμα που διδάσκουμε» μπαίνουν σε κίνηση.

Το M που επιλέξαμε είναι «ιδανικό» σημείο γι' αυτό, μιας και αρχικά ηρεμεί και μπαίνει σε κίνηση (*«δυστυχώς» ακαριαία*) όταν φτάσει το κύμα.

Άρα όλα τα σημεία του μέσου, αυτό το «φυσιολογικό» έκαναν ή αυτό το «φυσιολογικό» θα κάνουν. Θα είναι ή θα ήταν ακίνητα στη θέση τους και μόλις φτάνει το κύμα μπαίνουν (*«ακαριαία»*) σε ταλάντωση (με μέγιστη ταχύτητα, με ταχύτητα δηλαδή μέγιστου μέτρου προς τα θετικά).

Επομένως η αρχική φάση στην εξίσωση ταλάντωσης όλων των σημείων του μέσου είναι O

Κοντολογίς,

η «φιλοσοφία» που παράγει την εξίσωση του κύματος για το οποίο συζητάμε, όχι απλά εξασφαλίζει ότι η αρχική φάση στην εξίσωση ταλάντωσης του κάθε σημείου θα είναι μηδέν, αλλά το προβλέπει με βεβαιότητα, ακόμη κι όταν δεν έχει γραφεί τίποτε μαθηματικό.

Η αρχική φάση όλων των σημείων στο συγκεκριμένο κύμα που εξετάσαμε είναι μηδέν. Αυτό στην ουσία δε το αποδείξαμε, αλλά το επιβάλλαμε ευθύς εξαρχής. Το θέσαμε ως απαίτηση της συλλογιστικής που συντηρεί την τάξη των πραγμάτων στα κύματα.

Στην εξίσωση κύματος που διδάσκουμε, δεν προηγούνται οι εξισώσεις, αλλά η «φιλοσοφία» που υιοθετούμε για το κύμα:

«Το σημείο Μ κάνει κάτι. Δες τι κάνει το Μ και αυτό ακριβώς πριν ή μετά από το Μ θα κάνουν και τα άλλα σημεία.

Αφού το Μ έχει αρχική φάση μηδέν, τότε όλα τα σημεία του μέσου θα έχουν αρχική φάση μηδέν»

Η επιλογή λοιπόν ως σημείου αναφοράς, του τελευταίου σημείου στο οποίο έφτασε το κύμα, εξασφαλίζει πιο ... «ήρεμα» θα έλεγα, τη συνέπεια «της παράξενης πραγματικότητας που διδάσκουμε στα κύματα» (άσχετα αν αυτή η «πραγματικότητα» δεν έχει καμιά σχέση με τη Ψύση, με την πραγματικότητα δηλαδή της καθημερινής μας ζωής).

γ) Τα σημεία του μέσου στα οποία δεν έχει φτάσει το κύμα, δεν κινούνται. Συνεπώς τίποτε από ότι αφορά το κύμα ή την ταλάντωση δε τα αφορά. Δεν πρέπει να μιλάμε γι' αυτά με όρους που δεν ανήκουν στην ορολογία της ... ακινησίας τους. Δε λέμε ούτε ότι έχουν φάση μηδέν, ούτε ότι δεν έχουν φάση, ούτε ότι έχουν αρνητική φάση, ούτε..., ούτε....

Απλά γι αυτά τα σημεία δε λέμε τίποτε αν δεν αναφέρουμε από πότε και μετά ισχύουν αυτά που λέμε, αν δεν αναφέρουμε δηλαδή το πεδίο ορισμού στην εξίσωση της αρμονικής τους ταλάντωσης.

Δεν πρέπει να χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις κύματος και φάσης για σημεία και για χρονικές στιγμές που είναι έξω από το πεδίο ορισμού τους.

Αυτό δε σημαίνει ότι δε μπορούμε να προφητεύσουμε τι θα συμβεί στο μέλλον σε κάποιο σημείο μετά το Μ, αλλά να μην εφαρμόζουμε ορολογία και εξισώσεις κύματος και φάσης για χρονικές στιγμές που δεν ανήκουν στο πεδίο ορισμού των συναρτήσεων.

Αν είμαστε συνεπείς σε αυτό (και επιβάλλεται να είμαστε), τότε καμιά φάση στην εξίσωση ταλάντωσης κανενός σημείου δε θα μας βγει αρνητική

Όπως εξηγήσαμε, τα σημεία του μέσου τα οποία προηγούνται του Μ και άρα είναι σε ταλάντωση, έχουν εξίσωση κίνησης που πληροί τη σχέση (50). Έχουν φάση που δίνεται από την εξίσωση (51). Και αρχική φάση που όπως εξηγήσαμε είναι μηδέν.

Εκείνο που πρέπει να προσέξουμε όμως, είναι ότι οι παραπάνω συναρτήσεις (50) και (51) που αφορούν την εξίσωση κύματος και τη φάση, έχουν από κατασκευή τους, πεδίο ορισμού.

Για συγκεκριμένο λοιπόν x , οι τιμές που θα προκύψουν από την συνάρτηση της φάσης (51) για τις διάφορες χρονικές στιγμές t του πεδίου ορισμού της, είναι φάσεις της εξίσωσης κύματος (50) και όχι αρχικές φάσεις.

Αρχική φάση είναι εκείνη που θα προκύψει αν στη συνάρτηση (51) δώσουμε την αρχική τιμή του πεδίου ορισμού της, δηλαδή αν δώσουμε την τιμή $t = t_0 + \frac{x - x_M}{v}$.

Όπως είναι προφανές, η αρχική φάση όλων των σημείων στα οποία έφτασε ή θα φτάσει το κύμα που εξετάζουμε είναι μηδέν.

Όταν το κύμα φτάνει στο Μ και αρχίζουμε την παρατήρηση του Μ και άρα τη γραφή της εξίσωσης του κύματος, το ρολόι γράφει t_0 .

Τη χρονική αυτή στιγμή, η φάση ενός τυχαίου σημείου $x \leq x_M$ είναι ήδη

$$\varphi = t_0 - t_0 - \frac{x - x_M}{v} \Rightarrow \varphi = -\frac{x - x_M}{v} \geq 0$$

Αυτή δεν είναι η αρχική φάση των σημείων του μέσου. Είναι η φάση τους τη στιγμή που ξεκινά το Μ, τη στιγμή που παρατηρούμε το κύμα.

Η αρχική τους φάση, έχει ήδη τακτοποιηθεί από τη «φιλοσοφία» με την οποία γράψαμε την εξίσωση κύματος.

Με άλλα λόγια, γράφοντας την εξίσωση του κύματος με τον τρόπο που περιγράψαμε, γράφουμε ουσιαστικά την εξίσωση ταλάντωσης του κάθε σημείου του μέσου, συνοδευόμενη όμως από τον περιορισμό, ότι η εξίσωση αυτή θα αρχίσει να ισχύει από τη στιγμή που το κύμα θα φτάσει ή έφτασε στο σημείο αυτό.

- Η χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο Μ (τελευταίο του κύματος) είναι μεταγενέστερη για όλα τα σημεία τα προηγούμενα του Μ και άρα όλα αυτά τα σημεία έχουν ήδη ξεκινήσει τις ταλαντώσεις τους. Έχουν ήδη σε λειτουργία την εξίσωση κίνησής τους. Έχουν ήδη «τελειώσει» με την αρχική τους φάση.

Όλα δηλαδή τα σημεία πριν το Μ έχουν ήδη «ξεπεράσει» την αρχική τους φάση και έχουν πια φάση.

Να το πω κι αλλιώς.

Έχουμε γράψει την εξίσωση κύματος με τέτοιο τρόπο, ώστε όταν το κύμα φτάσει στο Μ αυτή να έχει ... ήδη λειτουργήσει.

Μπορεί να αρχίζουμε την παρατήρηση τη χρονική στιγμή t_0 , αλλά η εξίσωση κύματος που γράφουμε περιγράφει ταλαντώσεις υλικών σημείων που έχουν ήδη αρχίσει. Δε μπορούμε λοιπόν να πάμε σε κάποιο σημείο του οποίου η εξίσωση ταλάντωσής του (η εξίσωση κύματος δηλαδή γι' αυτό το συγκεκριμένο σημείο) έχει ήδη αρχίσει να λειτουργεί εδώ και δυο ώρες για παράδειγμα και να του πούμε τώρα σε παρατηρώ, άρα τώρα είναι η αρχική σου φάση.

Μα θα μου πει, η εξίσωση που έγραψες για την κίνηση μου έχει πεδίο ορισμού που έχει ήδη εξαντλήσει δυο ώρες λειτουργίας και η φάση μου ήδη έχει προχωρήσει κατά δυο ώρες. Αυτό που βλέπεις τώρα δεν είναι η αρχική μου φάση, αλλά η φάση.... (Δες παραπάνω αριθμητικό παράδειγμα)

- Η χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο Μ (τελευταίο του κύματος) είναι προγενέστερη για όλα τα σημεία τα επόμενα του Μ και άρα κανένα από αυτά τα σημεία δεν έχει ξεκινήσει την ταλάντωσή του. Άρα δεν έχει νόημα να μιλάμε ούτε για φάση, ούτε για αρχική φάση για τα σημεία αυτά, αλλά μόνο για την ακινησία τους.

Αν θελήσουμε να προφητεύσουμε τη φάση που θα έχει κάποιο από αυτά τα σημεία, έστω το Σ, την τάδε χρονική στιγμή, θα πρέπει τουλάχιστον αυτή η χρονική στιγμή να ανήκει στο πεδίο ορισμού της εξίσωσης της φάσης που θα έχει το Σ όταν αρχίσει να ταλαντώνεται, ώστε να εξασφαλιστεί ότι το κύμα θα έχει φτάσει στο Σ.

Αλλιώς θα βγαίνουν αρνητικές φάσεις που δεν έχουν νόημα, μιας και χρησιμοποιήθηκαν τιμές χρόνου έξω από το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων κίνησης και φάσης.

δ) Η αρχική φάση, ενώ είναι έννοια που αφορά την εξίσωση μιας μεμονωμένης ταλάντωσης, επεκτείνεται και στην εξίσωση του αρμονικού κύματος που μόλις εξετάσαμε, γιατί ουσιαστικά είναι κοινή για τις εξισώσεις κίνησης όλων των σημείων του μέσου.

Μπορούμε δηλαδή να μιλάμε για φάση (της απομάκρυνσης των σημείων στη χρησιμοποιούμενη εξίσωση) κύματος, καθώς και για αρχική φάση (της απομάκρυνσης στη χρησιμοποιούμενη εξίσωση) κύματος με τον ίδιο τρόπο που μιλάμε και για πλάτος κύματος, συχνότητα κύματος κ.λ.π.

Λέμε λοιπόν **φάση κύματος**, καθώς και **αρχική φάση κύματος**

ε) Τα σημεία του μέσου που έχουν μπει σε κίνηση, έχουν φάση, που η διαφορά της από τη φάση του σημείου αναφοράς Μ θα εκφράσει τις επιπλέον ταλαντώσεις που έχουν κάνει από τη στιγμή που αρχίσαμε να παρατηρούμε το Μ και να καταστρώνουμε την εξίσωση του κύματος.

Όμως όλα τα σημεία του μέσου έχουν την ίδια αρχική φάση που λέγεται και αρχική φάση του κύματος και είναι μέσα σε ένα τριγωνομετρικό κύκλο, όπως όλες οι αρχικές φάσεις.

Στο παράδειγμα μας αυτή η αρχική φάση είναι μηδέν.

στ) Τα ίδια ακριβώς μπορούν να λειτουργήσουν κι αν το κύμα ήταν τέτοιο που να έβαζε το σημείο αναφοράς Μ σε κίνηση προς τα κάτω, οπότε η αρχική φάση στην εξίσωση κίνησης του θα ήταν π.

Τότε η αρχική φάση στην εξίσωση ταλάντωσης όλων των σημείων του μέσου θα ήταν π και συνεπώς και η αρχική φάση του κύματος θα ήταν π.

Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση του κύματος θα είναι

$$y = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_0 - \frac{x - x_M}{v} + \pi) \quad \text{με} \quad t \in R, \quad x \in R \quad \text{και} \quad t \geq t_0 + \frac{x - x_M}{v} \quad (56)$$

ζ) Η διάδοση του κύματος προς τα αρνητικά εξετάζεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Οι πιθανές αρχικές φάσεις του κύματος και σε αυτή την περίπτωση θα είναι 0 ή π.

η) Αντί να διακρίνουμε τις περιπτώσεις «κύμα που διαδίδεται προς τα θετικά» και «κύμα που διαδίδεται προς τα αρνητικά» μπορούμε να γράψουμε όλο το κείμενο που προηγήθηκε πιο γενικά, αρκεί το σύμβολο υ της ταχύτητας να χρησιμοποιηθεί όχι ως μέτρο, αλλά ως αλγεβρική τιμή:

«Έστω ότι σε ευθύγραμμο (γραμμικό) μέσο άπειρης έκτασης, διαδίδεται με ταχύτητα υ, αρμονικό κύμα κυκλικής συχνότητας ω και πλάτους Α.

Τα σημεία του μέσου εκτελούν ταλαντώσεις στο επίπεδο xOy.

Το κύμα τη χρονική στιγμή $t_0 \in R$ φτάνει σε σημείο Μ, στο οποίο προσδίδει, **ακαριαία**, ταχύτητα (μέγιστου μέτρου) κάθετη στον άξονα x.

Αν θεωρήσουμε (και έχουμε κάθε δικαίωμα αν δε μας επιβάλλουν το αντίθετο) ως θετική φορά του άξονα γ εκείνη προς την οποία κατευθύνεται η (αρχική) ταχύτητα του Μ κι αν επιλέξουμε να περιγράψουμε την αρμονική ταλάντωση του Μ με εξίσωση που περιέχει ημίτονο, η αρχική φάση θα είναι μηδέν.

Τότε

- Η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου αναφοράς M (σημείο με τη βοήθεια της εξίσωσης κίνησης του οποίου, καταστρώνεται η εξίσωση κύματος) είναι

$$y_M = A \cdot \eta \mu \omega(t - t_0) \quad \text{με} \quad t \geq t_0 \in R \quad (57)$$

- Η εξίσωση αρμονικού κύματος που διαδίδεται είναι

$$y = A \cdot \eta \mu \omega(t - t_0 - \frac{x - x_M}{v}) \quad \text{με} \quad t \geq t_0 + \frac{x - x_M}{v} \quad (58)$$
$$(t \in R, \quad x \in R, \quad t_0 \in R, \quad A > 0, \quad \omega > 0, \quad v \in R)$$

- Η (συνάρτηση) φάση του κύματος στην εξίσωση (58) είναι

$$\varphi = \omega(t - t_0 - \frac{x - x_M}{v}) \quad \text{με} \quad t \in R, \quad x \in R, \quad v \in R, \quad t \geq t_0 + \frac{x - x_M}{v} \quad (59)$$

- Η αρχική φάση του κύματος στην εξίσωση (58) είναι η τιμή που μας δίνει η φάση για τη μικρότερη δεκτή τιμή του χρόνου. Είναι

$$\varphi_0 = 0 \text{ rad}$$

Με τα παραπάνω

πιστεύω ότι έχουμε καλύψει όλες τις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες στο στιγμιότυπο κύματος μπορεί να βρεθεί σημείο αναφοράς M , που τη χρονική στιγμή κατά την οποία αρχίζουμε να καταστρώνουμε την εξίσωση κύματος, το M είναι στη θέση ισορροπίας του.

Δηλαδή έχουμε καλύψει **σχεδόν** όλες τις περιπτώσεις.

Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, η αρχική φάση των κυμάτων (η αρχική δηλαδή φάση στην εξίσωση κίνησης όλων των σημείων του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα), θα είναι ή 0 ή π

Η μόνη περίπτωση που θέλει μια ξεχωριστή αντιμετώπιση τόσο στις εκφράσεις που θα χρησιμοποιήσουμε όσο και στα συμπεράσματα που θα βγάλουμε, είναι εκείνη κατά την οποία μας δώσουν αρμονικό κύμα και με το έτσι θέλω επιλέξουν ως σημείο αναφοράς κάποιο που να μην είναι στη θέση ισορροπίας του όταν αρχίσει η κατάστρωση της εξίσωσης του κύματος. Το θέμα αυτό θα αναπτύξουμε στο δ' μέρος.

9) Εδώ πρέπει να τονίσουμε κάτι αρκετά γενικό που όχι απλά θα το χρησιμοποιήσουμε στο δ' μέρος της εργασίας «Ορισμοί και εξισώσεις κίνησης», αλλά κυριολεκτικά θα στηριχτούμε πάνω του:

Τόσο η διαδικασία με την οποία προσδιορίστηκε η έννοια της αρχικής φάσης μέσα από μια διαφορική εξίσωση, έστω της απλής αρμονικής ταλάντωσης, όσο και ο καθοριστικός ρόλος που παίζει το σημείο αναφοράς στη διαμόρφωση της εξίσωσης ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται, είναι κομβικά εννοιολογικά σημεία.

Η διαφορική επιβάλλει να υπάρχουν δύο προσδιοριστέες σταθερές, σε οποιαδήποτε μορφή εξίσωση κίνησης κι αν επιλέξουμε.

Αν η μορφή της εξίσωσης κίνησης που θα επιλέξουμε περιέχει αποκλειστικά ημίτονο ή αποκλειστικά συνημίτονο, τότε η μία από αυτές τις δύο σταθερές, τις έτσι κι αλλιώς υποχρεωτικά βαλμένες από τη διαφορική, είναι η αρχική φάση.

Για παράδειγμα, αν για να περιγράψουμε την ταλάντωση του σημείου αναφοράς Μ επιλέξουμε την $x=A\eta\mu[\omega(t-t_0)+\varphi_0]$, όπως και κάναμε, πρέπει να συνειδητοποιήσουμε ότι η παρουσία των σταθερών A και φ_0 επιβλήθηκε από τη διαφορική εξίσωση. Δεν είναι δικιά μας υπόθεση.

Άρα ο ορισμός μας θα πρέπει να πάρει υπόψη του πώς λειτούργησε η διαφορική και η λύση της. Αυτό δε μπορούμε να το αγνοήσουμε.

Πράγματι, η μορφή της εξίσωσης κίνησης $x=A\eta\mu[\omega(t-t_0)+\varphi_0]$ που επιλέξαμε μας έδωσε τη δυνατότητα (το προνόμιο) να διαλέξουμε το $A>0$, γιατί «έτσι μας αρέσει» και το $0\leq\varphi_0<2\pi$ για να κάνουμε Φυσική χωρίς περιττές μαθηματικές και εννοιολογικές σπατάλες και για να χρησιμοποιήσουμε γραφή που να είναι παγκόσμια αποδεκτή ως γλώσσα.

Οι τιμές των A και φ_0 και όχι η παρουσία τους είναι υπόθεση των (δύο) αρχικών συνθηκών ή γενικότερα δύο οποιωνδήποτε συνθηκών.

Επειδή λοιπόν,

η μορφή της εξίσωσης κίνησης που επιλέξαμε για το Μ, μας έδωσε τη δυνατότητα να επιλέξουμε, γιατί «έτσι μας αρέσει», το πλάτος να είναι θετικό και η αρχική φάση να είναι μέσα σε έναν τριγωνομετρικό κύκλο για τη οικονομία της Φυσικής και για την παγκοσμιότητα της γραφής και των ορισμών,

πρέπει,

ανεξάρτητα από το πόσες ταλαντώσεις έχει ήδη κάνει ένας συγκεκριμένος ταλαντωτής όταν αρχίσουμε να τον παρατηρούμε για να γράψουμε την εξίσωση κίνησης του, εμείς να θεωρήσουμε ότι δεν έχει συμπληρώσει ούτε μία (εκτός αν μας δώσουν δεδομένα για το τι έγινε και μας επιβάλλουν άλλη αρχή χρόνου. Αλλά και σε αυτή την περίπτωση δεν καταργείται τίποτε από όσα έχουμε γράψει).

Το πλάτος και η αρχική φάση υπολογίζονται συνήθως από τις αρχικές συνθήκες, δηλαδή από τη θέση και την ταχύτητα του ταλαντωτή τη χρονική στιγμή που αρχίζουμε να μελετάμε την κίνησή του και από διάφορες δικές μας επιλογές (αρχής χρόνου, θετικής φοράς αξόνων κ.λ.π.).

Έτσι δε μας νοιάζει ο ακριβής αριθμός των ταλαντώσεων που έκανε το υλικό σημείο στο παρελθόν του, αλλά μόνο αυτές που θα κάνει στο μέλλον.

Πολλές φορές δεν έχει νόημα να ψάχνουμε για το πόσες ταλαντώσεις έχει κάνει αυτός ο ταλαντωτής από την αρχή του Κόσμου, κάτι που δεν είναι σίγουρο ότι μπορούμε να βρούμε αν δεν έχουμε κάποιες επί πλέον πληροφορίες πέρα από τις αρχικές συνθήκες.

Εκείνο που μας ενδιαφέρει πιο πολύ είναι το μέλλον του όπως π.χ. πόσες ταλαντώσεις θα κάνει από τότε που αρχίσαμε να τον παρατηρούμε.

Δεν έχει και μεγάλη αξία να λέμε ότι τώρα ξεκινάμε να παρατηρούμε, αλλά ο ταλαντωτής έχει κάνει και άλλες 200 ταλαντώσεις, τις οποίες πρέπει να εμφανίσουμε μέσα στην εξίσωση κίνησής του.

Αν έχουμε τέτοιες πληροφορίες ή διαθέσεις (άγνωστο γιατί και από πού) και θέλουμε πέρα από τις ανάγκες της διαφορικής να τις εμφανίσουμε, θα ήταν καλύτερο να μεταφέρουμε την αρχική χρονική στιγμή παρατήρησης πιο πίσω ή να βάζαμε πεδίο ορισμού με κατάλληλες αρνητικές χρονικές τιμές.

Επιβάλλεται δηλαδή από το όλο μαθηματικό και εννοιολογικό σκηνικό, να κάνουμε τη φάση να δίνει αυξημένες τιμές.

Προσοχή!!! Τη φάση πρέπει να κάνουμε να δίνει αυξημένες τιμές και όχι την αρχική φάση!!!

Αυτό ακριβώς κάναμε και με την εξίσωση κύματος. Μαθηματική, λογική και εννοιολογική συνέπεια επέβαλλαν είτε συνειδητά είτε εν αγνοία μας να προκύπτουν αυξημένες τιμές φάσης και όχι αρχικής φάσης

Δεν πρέπει να αλλάζουμε τη λειτουργία της ϕ_0 , την έννοιά της, τον ορισμό της και τους περιορισμούς της, που απαιτούν έναν τριγωνομετρικό κύκλο.

Για τη συνέπεια του ορισμού μιας συγκεκριμένης έννοιας που δε γίνεται να αλλάζει από ταλαντωτή σε ταλαντωτή, από φαινόμενο σε φαινόμενο, από φυσικό μέγεθος σε φυσικό μέγεθος, θα πρέπει η αρχική φάση να έχει παντού την ίδια έννοια, τους ίδιους περιορισμούς.

Και βέβαια πάντα να είναι συνδεδεμένη με την επιλεγείσα εξίσωση κίνησης (μηχανική) ή γενικότερα με την εξίσωση που επιλέξαμε για να περιγράψουμε το φαινόμενο (ηλεκτρικές ταλαντώσεις κ.λ.π.).

Μετά από αυτά μπορούμε να πούμε ότι:

Η αρχική φάση του φορτίου του πυκνωτή στην εξίσωση $q=Q\sin\omega t$ με $t\geq 0$ του σχολικού βιβλίου, αβίαστα και με συνέπεια είναι 0.

Η αρχική φάση της απομάκρυνσης στην εξίσωση $x=A\sin(\omega t+\phi)$ με $t\geq 0$ του σχολικού βιβλίου είναι ϕ .

1) Αν πρέπει την έννοια «αρχική φάση» και τους περιορισμούς που οδήγησαν και συντηρούν τον ορισμό της να τη συνδέσουμε

- Μόνο με το ημίτονο
- Μόνο με ένα ταλαντωτή και όχι με πολλούς (όπως συμβαίνει π.χ. στα κύματα)
- Μόνο με την απομάκρυνση σε μια ταλάντωση αλλά όχι με την ταχύτητα ή την επιτάχυνση και γενικά με ένα μόνο μέγεθος και όχι με τα υπόλοιπα φυσικά μεγέθη του ίδιου φαινομένου
- Μόνο με μια μορφή εξίσωσης κίνησης και όχι με άλλες που μπορούν να την περιέχουν
- Μόνο με τη χρήση του $\pi/2$ όταν κάνουμε μετατροπή του συνημιτόνου της ταχύτητας σε ημίτονο, αποκλείοντας οποιαδήποτε άλλη ισοδύναμη μαθηματικά ενέργεια (όπως π.χ το $-3\pi/2$ ή και άλλες γωνίες)

- Μόνο με τη χρήση του π όταν επιχειρούμε απορρόφηση του πρόσημου (-) του ημιτόνου της επιτάχυνσης αποκλείοντας οποιαδήποτε άλλη ισοδύναμη μαθηματικά ενέργεια (όπως π.χ. με το $-\pi$ ή και άλλες γωνίες)

κ.λ.π.

νομίζω ότι είναι καλύτερα την «αρχική φάση» να την ξεχάσουμε ως έννοια, αν δε θέλουμε να μιλάμε τοπική διάλεκτο.

Με άλλα λόγια νομίζω ότι είναι χωρίς καμιά απολύτως αξία το να ορίσουμε μια έννοια μόνο και μόνο στην απομάκρυνση μιας μόνο μηχανικής ταλάντωσης και όχι πολλών, σε ένα μόνο τριγωνομετρικό αριθμό μιας συγκεκριμένης μορφής εξίσωσης.

Θα ήθελα να τελειώσω το γ' μέρος της ανάρτησής μου «Ορισμοί και εξισώσεις κίνησης» με τούτο:

Όταν η εσωτερική λειτουργία των πραγμάτων (διαφορικές κ.λ.π.) προικίζουν τις έννοιες «φάση» και «αρχική φάση» με πολύ δυναμικότητα τόσο στην παρουσία τους, όσο και στην συλλογιστική τους συνέπεια, είναι κρίμα να τις περιορίζουμε τόσο πολύ.

Σε μια τέτοια περίπτωση, νιώθω ότι είναι καλύτερα να τις εγκαταλείψουμε.

1α) Όλα τα παραπάνω ισχύουν και στην περίπτωση που δεν έχουμε ευθύγραμμο γραμμικό μέσο, αλλά (σκέτο) γραμμικό μέσο. Προσαρμοσμένα όμως κατάλληλα...

(συνεχίζεται)

Κυριακή, 24 Οκτωβρίου 2010

Θρασύβουλος Κων. Μαχαίρας

Άγιος Βλάσιος Τηλίου

s7-kmgh@otenet.gr