

Η φάση των σημείων ενός αρμονικού κύματος

Νομίζω ότι η συζήτηση έχει καταλήξει σε συμπέρασμα. Θα προσπαθήσω να κωδικοποιήσω και ταυτόχρονα να αλγοριθμοποιήσω τα συμπεράσματα.

Θα συμφωνήσω με τον Θρασύβουλο ότι οποιαδήποτε προσπάθεια αποτύπωσης πρόσθετης πληροφορίας στο όρισμα του ημιτόνου είναι αποτυχημένη.

Οι συναρτήσεις $y_1 = A\eta\mu(\omega t)$, $t \geq 3$ και $y_2 = A\eta\mu(\omega t + 2\pi)$, $t \geq 3$ είναι ίσες.

Η έννοια που ανήκει στον Φυσικό είναι η έννοια φάση. Συνεπώς

Η οποιαδήποτε πρόσθετη πληροφορία πρέπει να αποτυπωθεί στην φάση.

Θεωρούμε ότι η απομάκρυνση των σημείων του μέσου από την θέση ισορροπίας τους είναι ημιτονοειδής συνάρτηση της θέσης και της χρονικής στιγμής.

Θα περιοριστώ σε ένα κύμα που διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση.

Η διαφορά φάσης δύο σημείων προσδιορίζεται από την σχέση $\Delta\phi = -2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$.

Επομένως αν δοθεί η φάση ενός σημείου προσδιορίζεται η φάση και οποιουδήποτε άλλου.

Θα ορίσουμε ως φάση την συνάρτηση $\phi(x, t) = \omega t - kx + \theta$

όπου θ προσδιοριστεί σταθερά.

Η σταθερά θ και το πεδίο ορισμού της ϕ μπορούν να οριστούν έτσι ώστε

- Η γνώση της $\phi(x, t)$ να προσδιορίζει την εξίσωση κίνησης οποιουδήποτε σημείου.
- Το πεδίο ορισμού της $\phi(x, t)$ να καθορίζει και το πεδίο ορισμού της εξίσωσης του κύματος.
- Η εξίσωση κίνησης ενός σημείου να προσδιορίζει πλήρως την φάση και την εξίσωση κίνησης οποιουδήποτε άλλου.

Περίπτωση 1

Θεωρούμε ένα κύμα τέτοιο ώστε το σημείο που βρίσκεται στο μέτωπο του κύματος να έχει θετική ταχύτητα. Αν την στιγμή t_0 το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x_0 τότε $\phi(x_0, t_0) = 0$.

Από την σχέση αυτή καθορίζεται η τιμή της θ .

$$\phi(x_0, t_0) = 0 \Leftrightarrow \omega t_0 - kx_0 + \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = kx_0 - \omega t_0$$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι η θ είναι ανεξάρτητη της στιγμής t_0 .

Το πεδίο ορισμού της φάσης μπορεί να προσδιοριστεί από την απαίτηση την στιγμή t το σημείο που βρίσκεται να έχει αρχίσει την κίνησή του..

Την στιγμή t το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση $\tilde{x} = x_0 + v(t - t_0)$

Για να έχει αρχίσει (την στιγμή t) την κίνησή του το σημείο που βρίσκεται στην θέση x θα πρέπει:

$$x \leq \tilde{x} \Leftrightarrow x \leq x_0 + v(t - t_0) \Leftrightarrow kx \leq kx_0 + kv(t - t_0) \Leftrightarrow kx \leq kx_0 + \omega(t - t_0) \Leftrightarrow$$

$$\omega t - kx + kx_0 - \omega t_0 \geq 0 \Leftrightarrow \varphi(x, t) \geq 0$$

Είμαστε έτοιμοι να δώσουμε τον ορισμό της φάσης

Ορισμός

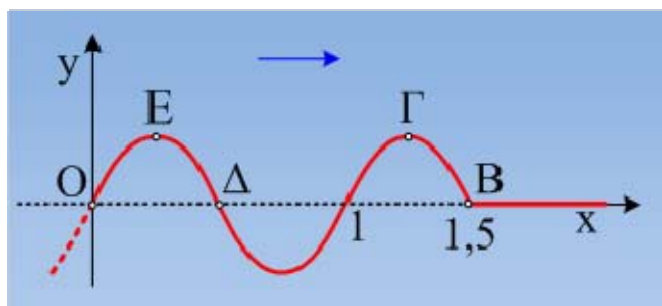
Έστω ένα κύμα το οποίο διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση και την στιγμή t_0 το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x_0 . Έστω δε ότι το σημείο στο οποίο βρίσκεται το μέτωπο του κύματος έχει θετική ταχύτητα. Ονομάζουμε φάση την συνάρτηση

$$\varphi : A \rightarrow \mathbb{R} \text{ όπου } A = \{(x, t) : x - x_0 \geq v(t - t_0)\} \text{ και } \varphi(x, t) = \omega(t - t_0) - k(x - x_0)$$

Ιδιότητες

- $A = \{(x, t) : \varphi(x, t) \geq 0\}$
- Η εξίσωση κίνησης κάθε σημείου είναι $y = A \sin[\varphi(x, t)]$ με $\varphi(x, t) \geq 0$
- Την στιγμή t το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x τέτοια ώστε $\varphi(x, t) = 0$
- Στην θέση x το μέτωπο του κύματος φτάνει την χρονική στιγμή t τέτοια ώστε $\varphi(x, t) = 0$

Παράδειγμα 1



Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xx ενός συστήματος συντεταγμένων.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του μέσου κατά την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Την στιγμή $t=3\text{s}$ στο στιγμιότυπο του κύματος είναι όπως στο σχήμα.

- Να βρεθεί η εξίσωση της φάσης των σημείων του μέσου συναρτήσει του χρόνου
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος
- Να βρεθεί η εξίσωση κίνησης του σημείου O .
- Να βρεθεί η φάση του O συναρτήσει του χρόνου.

Λύση

Ισχύει ότι $\omega=k=2\pi \text{ rad/s}$

Παρατηρούμε ότι την στιγμή $t_1=3\text{s}$ το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση $x_1=1,5\text{m}$ και το σημείο B κατευθύνεται προς το $+A$.

Η φάση των σημείων του μέσου την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση

$$\varphi(x, t) = \omega t - kx + \theta = 2\pi t - 2\pi x + \theta$$

$$\text{Πρέπει } \varphi(x_1, t_1) = 0 \Rightarrow 2\pi t_1 - 2\pi x_1 + \theta = 0 \Rightarrow 6\pi - 3\pi + \theta = 0 \Rightarrow \theta = -3\pi$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = 2\pi t - 2\pi x - 3\pi$$

$$\text{Για να ορίζεται η φάση πρέπει } \varphi(x, t) \geq 0 \Leftrightarrow 2\pi t - 2\pi x - 3\pi \geq 0 \Leftrightarrow 2t - 2x - 3 \geq 0$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi x - 3\pi & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ \text{δεν ορίζεται} & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y(x, t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x - 3\pi) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Για το σημείο Ο ισχύει ότι $x_O=0$. Αντικαθιστώντας $x=0$ στην (2) έχουμε:

$$y_O(t) = \begin{cases} -A\eta\mu(2\pi t) & 2t - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow y_O(t) = \begin{cases} -A\eta\mu(2\pi t) & t \geq 1,5s \\ 0 & t < 1,5s \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας $x=0$ στην σχέση (1) βρίσκουμε ότι

$$\varphi_O(t) = \begin{cases} 2\pi t - 3\pi & t \geq 1,5s \\ \text{δεν ορίζεται} & t < 1,5s \end{cases}$$

Παράδειγμα 2

Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xx ενός συστήματος συντεταγμένων.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του μέσου κατά την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Η εξίσωση κίνησης του σημείου Ο($x=0$) είναι

$$y_O(t) = \begin{cases} -A\eta\mu(2\pi t) & t \geq 1,5s \\ 0 & t < 1,5s \end{cases}$$

- Να βρεθεί η εξίσωση της φάσης των σημείων του μέσου συναρτήσει του χρόνου
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος
- Να βρεθεί η φάση του Ο συναρτήσει του χρόνου.

Λύση

Από την εξίσωση κίνησης του Ο καταλαβαίνουμε ότι το μέτωπο του κύματος φτάνει στο Ο την στιγμή $t=1,5s$.

Η εξίσωση της ταχύτητας του Ο συναρτήσει του χρόνου είναι :

$$v_O(t) = \begin{cases} -2\pi A \sigma\upsilon\nu(2\pi t) & t \geq 1,5s \\ 0 & t < 1,5s \end{cases}$$

Την στιγμή $t=1,5s$ ισχύει ότι:

$$v_O(3.5) = -2\pi A \sigma\upsilon\nu(3\pi) = 2\pi A > 0$$

Επομένως το σημείο Ο αρχίζει την κίνησή του κατευθυνόμενο προς το $+A$.

Η φάση των σημείων του μέσου την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση

$$\varphi(x, t) = \omega t - kx + \theta = 2\pi t - 2\pi x + \theta$$

Πρέπει την στιγμή t_1 που το Ο αρχίζει την κίνησή του η φάση του να είναι 0.

$$\text{Επομένως } \varphi(0, 1.5) = 0 \Rightarrow 3\pi + \theta = 0 \Rightarrow \theta = -3\pi$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = 2\pi t - 2\pi x - 3\pi$$

$$\text{Για να ορίζεται η φάση πρέπει } \varphi(x, t) \geq 0 \Leftrightarrow 2\pi t - 2\pi x - 3\pi \geq 0 \Leftrightarrow 2t - 2x - 3 \geq 0$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi x - 3\pi & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ \text{δεν ορίζεται} & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y(x, t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x - 3\pi) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας $x=0$ στην σχέση (3) βρίσκουμε ότι

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 2\pi t - 3\pi & t \geq 1,5s \\ \text{δεν ορίζεται} & t < 1,5s \end{cases}$$

Παράδειγμα 3

Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xx ενός συστήματος συντεταγμένων.

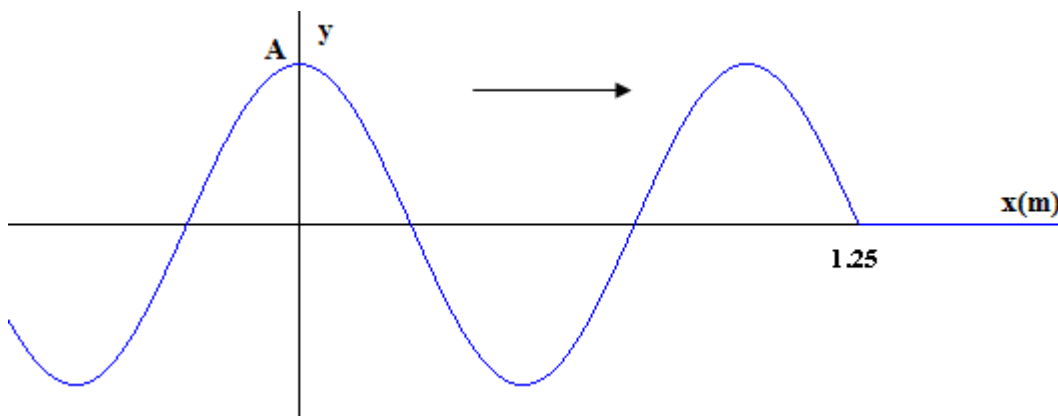
Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του μέσου κατά την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Την στιγμή $t=4\text{s}$ το στιγμιότυπο του κύματος είναι όπως στο σχήμα.

Να βρεθεί η εξίσωση της φάσης των σημείων του μέσου συναρτήσει του χρόνου

Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος

Να βρεθεί η εξίσωση κίνησης του σημείου $O(x=0)$.

Να βρεθεί η φάση του O συναρτήσει του χρόνου.



Λύση

Η φάση των σημείων του μέσου την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση

$$\varphi(x, t) = \omega t - kx + \theta = 2\pi t - 2\pi x + \theta$$

Από το στιγμιότυπο συμπεραίνουμε ότι την στιγμή $t=4\text{s}$ το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση $x=1.25\text{m}$. Παρατηρούμε επίσης ότι το σημείο που βρίσκεται στο μέτωπο του κύματος κινείται προς την μέγιστη απομάκρυνση.

Επομένως

$$\varphi(1.25, 4) = 0 \Rightarrow 8\pi - 2.5\pi + \theta = 0 \Rightarrow \theta = -5.5\pi$$

Επομένως $\varphi(x, t) = 2\pi t - 2\pi x - 5.5\pi$

Για να ορίζεται η φάση πρέπει $\varphi(x, t) \geq 0 \Leftrightarrow 2\pi t - 2\pi x - 5.5\pi \geq 0 \Leftrightarrow 2t - 2x - 5.5 \geq 0$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi x - 5.5\pi & 2t - 2x - 5.5 \geq 0 \\ \text{δεν ορίζεται} & 2t - 2x - 5.5 < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y(x, t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x - 5.5\pi) & 2t - 2x - 5.5 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 5.5 < 0 \end{cases} = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t - 2\pi x) & 2t - 2x - 5.5 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 5.5 < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Για το σημείο Ο ισχύει ότι $x_0=0$. Αντικαθιστώντας $x=0$ στην (5) έχουμε:

$$y_0(t) = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t) & 2t - 5.5 > 0 \\ 0 & 2t - 5.5 < 0 \end{cases} \Rightarrow y_0(t) = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t) & t \geq 2.75\text{ s} \\ 0 & t < 2.75\text{ s} \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας $x=0$ στην σχέση (4) βρίσκουμε ότι

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 2\pi t - 5.5\pi & t \geq 2.75\text{ s} \\ \text{δεν ορίζεται} & t < 2.75\text{ s} \end{cases}$$

Περίπτωση 2

Θεωρούμε ένα κύμα τέτοιο ώστε το σημείο που βρίσκεται στο μέτωπο του κύματος να έχει αρνητική ταχύτητα. Αν την στιγμή t_0 το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x_0 τότε $\varphi(x_0, t_0) = \pi$.

Από την σχέση αυτή καθορίζεται η τιμή της θ .

$$\varphi(x_0, t_0) = \pi \Leftrightarrow \omega t_0 - kx_0 + \theta = \pi \Leftrightarrow \theta = \pi + kx_0 - \omega t_0$$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι η θ είναι ανεξάρτητη της στιγμής t_0 .

Το πεδίο ορισμού της φάσης μπορεί να προσδιοριστεί από την απαίτηση την στιγμή t να έχει φτάσει το κύμα στην θέση x .

Την στιγμή t το κύμα έχει φτάσει στην θέση $\tilde{x} = x_0 + v(t - t_0)$

Για να έχει φτάσει το κύμα στην θέση x θα πρέπει:

$$x \leq \tilde{x} \Leftrightarrow x \leq x_0 + v(t - t_0) \Leftrightarrow kx \leq kx_0 + kv(t - t_0) \Leftrightarrow kx \leq kx_0 + \omega(t - t_0) \Leftrightarrow$$

$$\omega t - kx + kx_0 - \omega t_0 \geq 0 \Leftrightarrow \omega t - kx + kx_0 - \omega t_0 + \pi \geq \pi \Leftrightarrow \varphi(x, t) \geq \pi$$

Είμαστε έτοιμοι να δώσουμε τον ορισμό της φάσης

Ορισμός

Έστω ένα κύμα το οποίο διαδίδεται προς την θετική κατεύθυνση και την στιγμή t_0 το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x_0 . Έστω δε ότι το σημείο στο οποίο βρίσκεται το μέτωπο του κύματος έχει αρνητική ταχύτητα. Ονομάζουμε φάση την συνάρτηση

$\varphi : A \rightarrow \mathbb{R}$ όπου $A = \{(x,t) : x - x_0 \geq v(t - t_0)\}$ και $\varphi(x,t) = \omega(t - t_0) - k(x - x_0) + \pi$

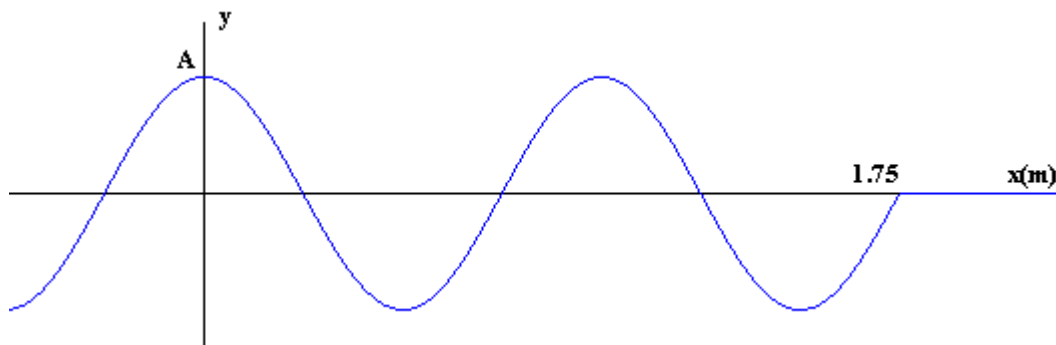
Ιδιότητες

- $A = \{(x,t) : \varphi(x,t) \geq \pi\}$
- Η εξίσωση κίνησης κάθε σημείου είναι $y = A \sin[\varphi(x,t)]$ με $\varphi(x,t) \geq \pi$
- Την στιγμή t το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση x τέτοια ώστε $\varphi(x,t) = \pi$.
- Στην θέση x το μέτωπο του κύματος φτάνει την χρονική στιγμή t τέτοια ώστε $\varphi(x,t) = \pi$

Παράδειγμα 4

Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xx ενός συστήματος συντεταγμένων.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του μέσου κατά την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Την στιγμή $t=4\text{s}$ το στιγμιότυπο του κύματος είναι όπως στο σχήμα.



- Να βρεθεί η εξίσωση της φάσης των σημείων του μέσου συναρτήσει του χρόνου
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος
- Να βρεθεί η εξίσωση κίνησης του σημείου $O(x=0)$.
- Να βρεθεί η φάση του O συναρτήσει του χρόνου.

Λύση

Η φάση των σημείων του μέσου την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση

$$\varphi(x,t) = \omega t - kx + \theta = 2\pi t - 2\pi x + \theta$$

Από το στιγμιότυπο συμπεραίνουμε ότι την στιγμή $t=4\text{s}$ το μέτωπο του κύματος βρίσκεται στην θέση $x=1.75\text{m}$. Παρατηρούμε επίσης ότι το σημείο που βρίσκεται στο μέτωπο του κύματος κινείται προς την ελάχιστη απομάκρυνση.

Επομένως

$$\varphi(1.75, 4) = 0 \Rightarrow 8\pi - 3.5\pi + \theta = \pi \Rightarrow \theta = -3.5\pi$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x,t) = 2\pi t - 2\pi x - 3.5\pi$$

$$\text{Για να ορίζεται η φάση πρέπει } \varphi(x,t) \geq \pi \Leftrightarrow 2\pi t - 2\pi x - 3.5\pi \geq \pi \Leftrightarrow 2t - 2x - 4.5 \geq 0$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x,t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi x - 3.5\pi & 2t - 2x - 4.5 \geq 0 \\ \text{δεν ορίζεται} & 2t - 2x - 4.5 < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y(x, t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x - 3.5\pi) & 2t - 2x - 4.5 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 4.5 < 0 \end{cases} = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t - 2\pi x) & 2t - 2x - 4.5 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 4.5 < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Για το σημείο Ο ισχύει ότι $x_0=0$. Αντικαθιστώντας $x=0$ στην (6) έχουμε:

$$y_0(t) = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t) & 2t - 4.5 > 0 \\ 0 & 2t - 4.5 < 0 \end{cases} \Rightarrow y_0(t) = \begin{cases} A\sigma\upsilon\nu(2\pi t) & t \geq 2.25 \text{ s} \\ 0 & t < 2.25 \text{ s} \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας $x=0$ στην σχέση (7) βρίσκουμε ότι

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 2\pi t - 3.5\pi & t \geq 2.25 \text{ s} \\ \text{δεν ορίζεται} & t < 2.25 \text{ s} \end{cases}$$

Παράδειγμα 5

Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα xx ενός συστήματος συντεταγμένων.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του μέσου κατά την θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$. Η εξίσωση κίνησης του σημείου Ο ($x=0$) είναι

$$y_0(t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t) & t \geq 1,5 \text{ s} \\ 0 & t < 1,5 \text{ s} \end{cases}$$

- iv. Να βρεθεί η εξίσωση της φάσης των σημείων του μέσου συναρτήσει του χρόνου
- v. Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος
- vi. Να βρεθεί η φάση του Ο συναρτήσει του χρόνου.

Λύση

Από την εξίσωση κίνησης του Ο καταλαβαίνουμε ότι το μέτωπο του κύματος φτάνει στο Ο την στιγμή $t=1,5\text{s}$.

Η εξίσωση της ταχύτητας του Ο συναρτήσει του χρόνου είναι :

$$v_0(t) = \begin{cases} 2\pi A\sigma\upsilon\nu(2\pi t) & t \geq 1,5 \text{ s} \\ 0 & t < 1,5 \text{ s} \end{cases}$$

Την στιγμή $t=1,5\text{s}$ ισχύει ότι:

$$v_0(3.5) = 2\pi A\sigma\upsilon\nu(3\pi) = -2\pi A < 0$$

Επομένως το σημείο Ο αρχίζει την κίνησή του κατευθυνόμενο προς το $-A$.

Η φάση των σημείων του μέσου την χρονική στιγμή t δίνεται από την σχέση

$$\varphi(x, t) = \omega t - kx + \theta = 2\pi t - 2\pi x + \theta$$

Πρέπει την στιγμή t_1 που το Ο αρχίζει την κίνησή του η φάση του να είναι 0.

$$\text{Επομένως } \varphi(0, 1.5) = \pi \Rightarrow 3\pi + \theta = \pi \Rightarrow \theta = -2\pi$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = 2\pi t - 2\pi x - 2\pi$$

$$\text{Για να ορίζεται η φάση πρέπει } \varphi(x, t) \geq \pi \Leftrightarrow 2\pi t - 2\pi x - 2\pi \geq \pi \Leftrightarrow 2t - 2x - 3 \geq 0$$

$$\text{Επομένως } \varphi(x, t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi x - 2\pi & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ \text{δεν ορίζεται} & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y(x, t) = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x - 2\pi) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} A\eta\mu(2\pi t - 2\pi x) & 2t - 2x - 3 \geq 0 \\ 0 & 2t - 2x - 3 < 0 \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας $x=0$ στην σχέση (8) βρίσκουμε ότι

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} 2\pi t - 2\pi & t \geq 1,5s \\ \text{δεν ορίζεται} & t < 1,5s \end{cases}$$

korfiatis@sch.gr