

Συνέχεια της απάντησης στο ερώτημα 2

Στη σελίδα 6 της δουλειά μου [Ορισμοί και εξισώσεις κίνησης \(δ' μέρος\)](#) δίνω τους ορισμούς της φάσης και αρχικής φάσης

Γράφω λοιπόν εκεί:

.....
.....

2η δυνατότητα (εναλλακτικός τρόπος, προτιμητέος):

(Η ιδέα γι αυτή τη δυνατότητα είναι του Διονύση Μάργαρη)

Εκμεταλλευόμενοι τη σχέση (20), την οποία χρησιμοποιήσαμε προκειμένου να καταλήξουμε στη δεύτερη δυνατότητα, μπορούμε να δούμε τα πράγματα και με έναν άλλο τρόπο:

Στην εξίσωση κίνησης

$$x=A\cdot\eta\mu[\omega(t-t_0)+\varphi_0] \quad t\geq t_0\in R \quad A>0 \quad 0\leq\varphi_0<2\pi \quad (28)$$

ονομάζουμε φάση της απομάκρυνσης, την ποσότητα

$$\varphi=\omega(t-t_0)+\varphi_0 \quad t\geq t_0\in R \quad (29)$$

Όμοια ονομάζουμε αρχική φάση της απομάκρυνσης την ποσότητα

$$\varphi_0 \quad (29\alpha)$$

Οι σταθερές $A>0$ και φ_0 θα προσδιοριστούν από τις συνθήκες που μας δίνουν και οι οποίες δεν είναι απαραίτητο να είναι πάντα οι αρχικές. (Οι περιορισμοί παραμέτρων πρέπει να τηρούνται)

Όπως εξηγήσαμε, η 1η δυνατότητα δεν περιορίζει την αρχική φάση σε ένα τριγωνομετρικό κύκλο, δε βάζει κανένα περιορισμό στη φάση και στην αρχική φάση παρά μόνο σε μια σταθερά της εξίσωσης κίνησης, τη $0\leq\varphi_0<2\pi$ (βλέπε σχέση 21).

Συνεπώς είναι πολύ πιο ισχυρή από τη δεύτερη δυνατότητα. Όμως χαλά όλες τις συνθήξεις μας και το «τραγικότερο» είναι, ότι εύκολα μπορεί να καταργήσει και τις δύο έννοιες (φάση και αρχική φάση) αν κάποιος άρει (και έχει μαθηματικά το δικαίωμα) το μοναδικό περιορισμό $0\leq\varphi_0<2\pi$, που θέτει η οικονομία της περιγραφής των φαινομένων.

Γι' αυτή και μόνο την αναστάτωση που πιθανώς να επιφέρει στις συνθήξεις μας, στις εκφράσεις μας και στον τρόπο σκέψης μας, πιστεύω, χωρίς αυτό να είναι ούτε απαραίτητο ούτε αναγκαίο, ότι πρέπει να υιοθετήσουμε τη δεύτερη δυνατότητα ορισμών «φάσης» και «αρχικής φάσης» και μάλιστα τον εναλλακτικό τρόπο, ο οποίος θα αποδειχτεί παρακάτω πιο «φιλικός».

.....
.....

Στη σελίδα 12 της ίδιας δουλειάς δίνω ένα παράδειγμα υπολογισμού φάσης και αρχικής φάσης.

.....

3^ο παράδειγμα:

Υλικό σημείο εκτελεί (απλή) αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την εξίσωση κίνησης

$$x=10^{-1} \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{10\pi}{3}\right) \quad (SI) \quad \mu\epsilon \quad t \geq -3 \text{ sec} \quad (41)$$

Να βρεθεί η φάση και η αρχική φάση της απομάκρυνσης στη δεδομένη μορφή εξίσωσης κίνησης.

Λύση

Μετασχηματίζουμε τη σχέση (41) ώστε να αποκτήσει τη μορφή της σχέσης (28), δηλαδή να αποκτήσει τη μορφή

$$x=A \cdot \eta\mu[\omega(t-t_0)+\varphi_0] \quad t \geq t_0 \in R \quad A>0 \quad 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

Πράγματι η (41) γίνεται

$$x=10^{-1} \cdot \eta\mu\left[\frac{\pi}{4}(t+3) - \frac{3\pi}{4} + \frac{10\pi}{3}\right] \quad t \geq -3 \text{ sec}$$

$$\eta \quad x=10^{-1} \cdot \eta\mu\left[\frac{\pi}{4}(t+3) + \frac{31\pi}{12}\right] \quad t \geq -3 \text{ sec}$$

Αφαιρώ (ή προσθέτω αν με βολεύει) ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π προκειμένου να δημιουργήσω θετική αρχική φάση περιορισμένη σε έναν τριγωνομετρικό κύκλο

$$x=10^{-1} \cdot \eta\mu\left[\frac{\pi}{4}(t+3) - 2\pi + \frac{31\pi}{12}\right] \quad t \geq -3 \text{ sec}$$

και τελικά

$$x=10^{-1} \cdot \eta\mu\left[\frac{\pi}{4}(t+3) + \frac{7\pi}{12}\right] \quad (SI) \quad \mu\epsilon \quad t \geq -3 \text{ sec} \quad (42)$$

Άρα η φάση της απομάκρυνσης στην εξίσωση κίνησης (42) και κατά συνέπεια στην εξίσωση κίνησης (41) που μας έδωσαν είναι

$$\varphi = \frac{\pi}{4}(t+3) + \frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4}t + \frac{4\pi}{3} \quad \mu\epsilon \quad t \geq -3 \text{ sec}$$

και άρα η αρχική φάση θα είναι

$$\varphi_0 = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}$$

Σημείωση:

Θα είχαμε καταλήξει στην ίδια ακριβώς σχέση για τη φάση και στην ίδια τιμή για την αρχική φάση ακόμη και αν αρχίζαμε από οποιαδήποτε εξίσωση, μαθηματικά ισοδύναμη με τη δεδομένη εξίσωση κίνησης, όπως π.χ. από την

$$x=10^{-1}\cdot\eta\mu(\frac{\pi}{4}t+\frac{4\pi}{3}) \quad (SI) \quad \mu\epsilon \quad t\geq-3\text{ sec}$$

Αρκεί η σχέση που θα μας έδιναν να βρούμε τη φάση και την αρχική φάση να ήταν ισοδύναμη μαθηματικά με την (41) και κατά συνέπεια να είχε το ίδιο πεδίο ορισμού με αυτή!!!

.....»

Θρασύβουλος
29/11/13