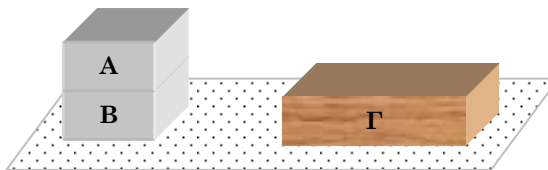


Θέμα 4^ο

Δυο πανομοιότυπα παραλληλεπίπεδα σώματα Α, Β μάζας m ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα τρίτο παραλληλεπίπεδο σώμα Γ έχει μάζα $M=2\text{Kg}$ και ίδιο ύψος με τα σώματα Α και Β με τα οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{A,\Gamma}=0,6$.



A. Έστω ότι σώματα Α και Β είναι κολλημένα μεταξύ τους. Εκτοξεύουμε προς αυτά το σώμα Γ. Ακλουθεί πλαστική κρούση με απώλεια μηχανικής ενέργειας 50%. Να υπολογίσετε τις μάζες των σωμάτων Α και Β.

B. Έστω ότι σώματα Α και Β απλά εφάπτονται και η τριβή που μπορεί να εμφανιστεί μεταξύ τους θεωρείται αμελητέα. Εκτοξεύουμε προς αυτά το σώμα Γ με ταχύτητα μέτρου $u_0=6\text{m/s}$. Ακλουθεί στιγμιαία πλαστική κρούση. Να υπολογίσετε

B1. τις ταχύτητες των τριών σωμάτων αμέσως μετά την κρούση καθώς και την κοινή ταχύτητα που αποκτούν τελικά. Το σώμα Γ έχει αρκετά μεγάλο μήκος ώστε το σώμα Α να παραμείνει επάνω του.

B2. την απόσταση που καλύπτει το σώμα Α επάνω στο σώμα Γ.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Τα σώματα κινούνται μεταφορικά στην ίδια διεύθυνση.

Απαντήσεις

A.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση των σωμάτων AB και Γ έχουμε:

$$\begin{aligned}\vec{P}_{o\lambda} &= \vec{P}'_{o\lambda} \\ \vec{P}_\Gamma + \vec{P}_{AB} &= \vec{P}_{AB\Gamma} \\ \vec{P}_\Gamma &= \vec{P}_{AB\Gamma} \quad (1)\end{aligned}$$

Η σχέση μεταξύ μέτρου ορμής p και κινητικής ενέργειας K για ένα σώμα μάζας m είναι:

$$p = \sqrt{2mK} \quad (2)$$

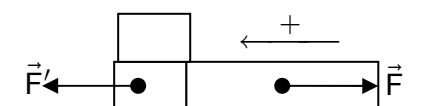
Η (1) κατά μέτρο μέσω της (2) γράφεται:

$$\begin{aligned}P_\Gamma &= P_{AB\Gamma} \\ \sqrt{2MK_\Gamma} &= \sqrt{2 \cdot (2m + M)K_{AB\Gamma}} \\ \frac{K_{AB\Gamma}}{K_\Gamma} &= \frac{M}{2m + M} \quad (3)\end{aligned}$$

B1.

Αλληλεπίδραση κρούσης εμφανίζεται μόνο μεταξύ των σωμάτων B και Γ. Επομένως αμέσως μετά την κρούση:

$$u'_A = u_A = 0 \quad (5)$$



Το σύστημα των σωμάτων B και Γ είναι μονωμένο οπότε για την κρούση μεταξύ τους:

$$\begin{aligned}\vec{P}_\Gamma + \vec{P}_B &= \vec{P}_{B\Gamma} \\ \vec{P}_\Gamma &= \vec{P}_{B\Gamma} \\ Mu_0 &= (M + m)u_{B\Gamma} \\ u_{B\Gamma} &= \frac{M}{M + m}u_0\end{aligned}$$

$$u_{B\Gamma} = 4 \text{ m/s} \quad (6)$$

Το ποσοστό απώλειας μηχανικής ενέργειας είναι:

$$\begin{aligned}\frac{K_\Gamma - K_{AB\Gamma}}{K_\Gamma} &= \frac{50}{100} \\ 1 - \frac{K_{AB\Gamma}}{K_\Gamma} &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

από την (3) έχουμε:

$$1 - \frac{M}{2m + M} = \frac{1}{2}$$

$$m = 1 \text{ Kg} \quad (4)$$

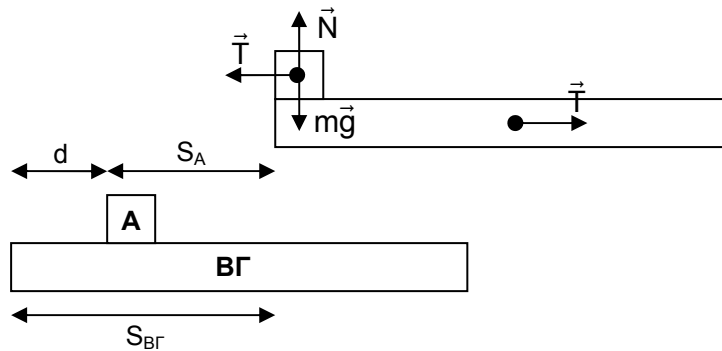
Τα σώματα BΓ και A αλληλεπιδρούν μέσω της τριβής έως ότου αποκτήσουν κοινή ταχύτητα και αποτελούν μονωμένο σύστημα:

$$\begin{aligned}\vec{P}_A + \vec{P}_{B\Gamma} &= \vec{P}_{AB\Gamma} \\ \vec{P}_{B\Gamma} &= \vec{P}_{AB\Gamma} \\ (m + M)u_{B\Gamma} &= (2m + M)u_{AB\Gamma} \\ u_{AB\Gamma} &= \frac{m + M}{2m + M}u_{AB}\end{aligned}$$

$$u_{AB\Gamma} = 3 \text{ m/s} \quad (7)$$

B2.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η σχετική κίνηση μεταξύ των σωμάτων Α και ΒΓ.



Το σώμα Α ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση αρα:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N = mg \quad (8)$$

Η τριβή ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων έχει μέτρο:

$$T = \mu N = \mu mg \quad (9)$$

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα Α προκύπτει:

$$\Delta K_A = \Sigma W$$

$$\frac{1}{2} m u_{AB\Gamma}^2 - 0 = T S_A \quad (10)$$

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα ΒΓ προκύπτει:

$$\Delta K_{B\Gamma} = \Sigma W$$

$$\frac{1}{2} (m + M) u_{AB\Gamma}^2 - \frac{1}{2} (m + M) u_{B\Gamma}^2 = -T S_{B\Gamma} \quad (11)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (10) και (11) έχουμε:

$$\frac{1}{2} (2m + M) u_{AB\Gamma}^2 - \frac{1}{2} (m + M) u_{B\Gamma}^2 = -T (S_{B\Gamma} - S_A) \quad (12)$$

αλλά όπως φαίνεται στο σχήμα:

$$d = S_{B\Gamma} - S_A \quad (13)$$

Τελικά από τις (9), (12) και (13) έχουμε:

$$d = \frac{(m + M) u_{B\Gamma}^2 - (2m + M) u_{AB\Gamma}^2}{m \mu g}$$

$$\boxed{d = 2m}$$

Μυσίρης