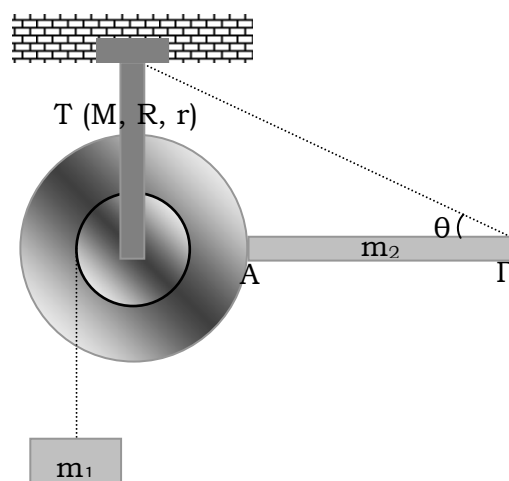


ΘΕΜΑ 4^ο

Τροχαλία T συνολικής μάζας $M=10\text{Kg}$ αποτελείται από ομογενείς ομόκεντρους δίσκους με ακτίνες $r=1\text{m}$ και $R=2r$. Ο άξονας της τροχαλίας είναι ακλόνητος. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=5\text{Kg}$ κρέμεται από νήμα τυλιγμένο στο μικρό δίσκο. Λεπτή ράβδος $ΑΓ$ μήκους L και μάζας m_2 είναι τοποθετημένη σε οριζόντια θέση, στη διεύθυνση της διαμέτρου της τροχαλίας με το άκρο της A να εφάπτεται σε αυτήν. Το άκρο Γ είναι δεμένο σε οροφή μέσω νήματος που σχηματίζει γωνία θ με τη ράβδο. Το νήμα της τροχαλίας T ξετυλίγεται κατακόρυφα και το σώμα Σ_1 κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου $a=g/5$ ενώ η ράβδος $ΑΓ$ ισορροπεί. Η ροπή αδρανείας της τροχαλίας T , ως προς τον άξονά της, είναι $I=Mr^2$. Δίνεται $\eta\mu\theta=0.6$, $\sigma\upsilon\nu\theta=0.8$. Να υπολογίσετε



- το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ ράβδου $ΑΓ$ και τροχαλίας T .
- το βάρος της ράβδου $ΑΓ$ και το συντελεστή τριβής ολίσθησης στο σημείο A .
- το ρυθμό $dQ/d\ell$, όπου Q η εκλυόμενη θερμότητα εξ' αίτιας της τριβής και ℓ το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται.

Η διάταξη βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά. Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση ενώ η τροχαλία δεν εμφανίζει τριβή με τον άξονά της. Η αντίσταση αέρα θεωρείται αμελητέα.

α.

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma F = m_1 a$$

$$m_1 g - T = m_1 a \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την τροχαλία T έχουμε:

$$\Sigma \tau_{cm} = I a_r, \quad a = r a_r$$

$$T r - f 2r = M r^2 \frac{a}{r}$$

$$T - 2f = M a \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

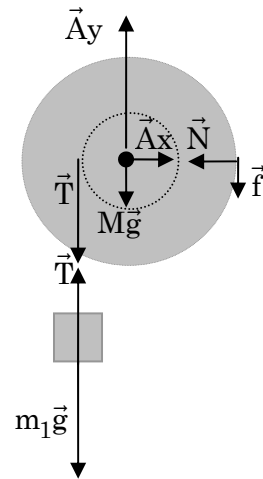
$$m_1 g - 2f = (M + m_1) a$$

$$f = \frac{1}{2} [m_1 g - (M + m_1) a], \quad a = g / 5$$

$$f = \frac{1}{2} \left[m_1 g - (M + m_1) \frac{g}{5} \right]$$

$$f = \frac{4m_1 - M}{10} g$$

$$\boxed{f = 10 \text{ N}} \quad (3)$$



β.

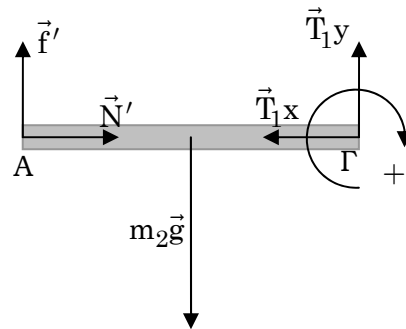
Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς το άκρο Γ της ράβδου είναι :

$$\Sigma \tau_{\Gamma} = 0$$

$$f L - B_2 L / 2 = 0$$

$$B_2 = 2f$$

$$\boxed{B_2 = 20 \text{ N}} \quad (4)$$



Το αλγεβρικό άθροισμα των δυνάμεων είναι:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_{1,y} + f = B_2$$

$$T_{1,y} = B_2 - f$$

$$T_1 \eta \mu \theta = B_2 - f$$

$$T_1 = \frac{B_2 - f}{0,6} \quad (5)$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$N = T_{1,x}$$

$$N = \sin \theta T_1$$

$$N = 0,8 T_1 \quad (6)$$

Από τις (5), (6)

$$N = \frac{4}{3} (B_2 - f) \quad (7)$$

Για τη τριβή ολίσθησης ισχύει:

$$f = \mu N$$

$$\mu = f / N$$

αντικαθιστώντας την (7)

$$\mu = \frac{3f}{4(B_2 - f)}$$

$$\boxed{\mu = 0,75} \quad (8)$$

Υ.

Αν η τροχαλία Τ στραφεί κατά $d\varphi$ από το μικρό δίσκο θα ξετυλιχθεί νήμα μήκους

$$d\ell = r \cdot d\varphi \quad (9)$$

ενώ το τμήμα της περιφέρειας του μεγάλου δίσκου που θα έρθει σε επαφή με το σημείο Α θα είναι

$$ds = 2r \cdot d\varphi \quad (10)$$

Από τις (9) και (10) προκύπτει:

$$ds = 2d\ell \quad (11)$$

Η εκλυόμενη θερμότητα ισούται κατ' απόλυτη τιμή με το έργο της τριβής ολίσθησης:

$$dQ = |dW_f|$$

$$dQ = f \cdot 2r \cdot ds \quad (12)$$

Από τις (11) και (12)

$$dQ = 4f \cdot r \cdot d\ell$$

$$\frac{dQ}{d\ell} = 4f \cdot r$$

$$\boxed{\frac{dQ}{d\ell} = 40 \frac{\text{J}}{\text{m}}}$$

Μυσίρης