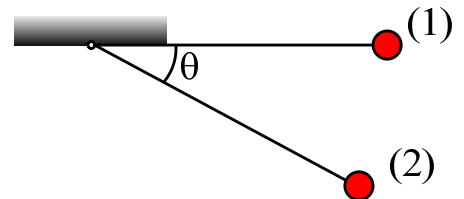


Αυτά που χάθηκαν στο δρόμο

Σφαιρίδιο μάζας m είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους L , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Αφήνουμε το σφαιρίδιο να κινηθεί, ξεκινώντας χωρίς αρχική ταχύτητα, από την θέση (1) όπου το τεντωμένο νήμα είναι οριζόντιο.

Α) Στη θέση (1) το σφαιρίδιο έχει γωνιακή επιτάχυνση:

I) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{g}{L}$ II) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2g}{L}$ III) $a_{\gamma\omega\nu} = 0$



Β) Στη θέση (1) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου έχει μέτρο:

I) $\frac{dp}{dt} = 2mg$ II) $\frac{dp}{dt} = mg$ III) $\frac{dp}{dt} = 0$

Γ) Στη θέση (2) το σφαιρίδιο έχει γωνιακή επιτάχυνση:

I) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{g\sigma\upsilon\nu\theta}{L}$ II) $a_{\gamma\omega\nu} = g\sigma\upsilon\nu\theta$ III) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{g\sigma\upsilon\nu\theta}{2L}$

Δ) Στη θέση (2) η τάση του νήματος είναι ίση με:

I) $T = mg\eta\mu\theta$ II) $T = 3mg\eta\mu\theta$ III) $T = 2mg\eta\mu\theta$

Ε) Στη θέση (2) η γωνιακή ταχύτητα του σφαιριδίου:

I) Έχει μέτρο $\omega = \sqrt{\frac{2g\eta\mu\theta}{L}}$ και διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα έξω

II) Έχει μέτρο $\omega = \sqrt{\frac{g\eta\mu\theta}{L}}$ και διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα

III) Έχει μέτρο $\omega = \sqrt{\frac{2g\eta\mu\theta}{L}}$ και διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα

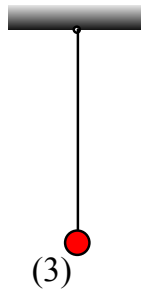
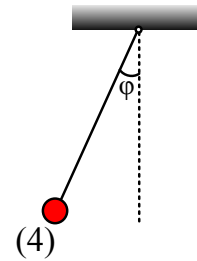
ΣΤ) Στη θέση (3) όπου το νήμα είναι κατακόρυφο:

I) Η γωνιακή ταχύτητα είναι μέγιστη και ίση με $\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$

II) Η επιτάχυνση του σφαιριδίου έχει κατακόρυφη διεύθυνση

III) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου

$$\text{έχει μέτρο: } \frac{dp}{dt} = 2mg$$



Χαρακτηρίστε τις 3 παραπάνω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)

Z) Στη θέση (4), μετά τη διέλευση του σφαιριδίου από τη θέση (3) και πριν μηδενίσει στιγμιαία την ταχύτητά του:

I) Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση έχουν διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα

II) Η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση έχουν διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα έξω

III) Η γωνιακή ταχύτητα έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα ενώ η γωνιακή επιτάχυνση έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα έξω

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

A) Στη θέση (1) το σφαιρίδιο το σφαιρίδιο ξεκινά από την ηρεμία:

$$v = 0 \Rightarrow a_K = 0 \Rightarrow \Sigma F_R = 0 \Rightarrow T = 0$$

Δέχεται μόνο το βάρος του, το οποίο ως κατακόρυφο, βρίσκεται στην εφαπτομενική διεύθυνση και προκαλεί επιτρόχια επιτάχυνση: $\Sigma F_\epsilon = W \Leftrightarrow ma_\epsilon = mg \Leftrightarrow a_\epsilon = g$

$$\text{Όμως: } a_\epsilon = a_{\gamma\omega\nu} L \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_\epsilon}{L} \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{g}{L}$$

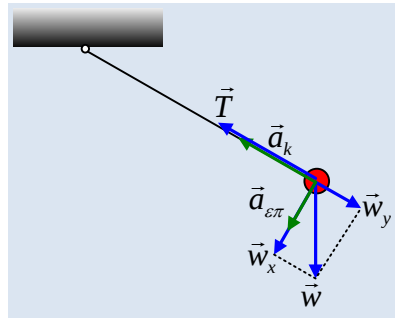


Β) Στη θέση (1) ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου έχει μέτρο:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = W = mg$$

Γ) Στη θέση (2) ισχύει: $\Sigma F_{\varepsilon} = W_x \Leftrightarrow ma_{\varepsilon} = mg \sin \theta \Leftrightarrow a_{\varepsilon} = g \sin \theta$

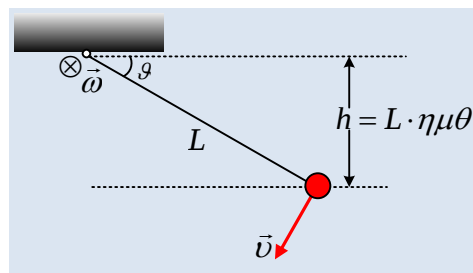
Όμως: $a_{\varepsilon} = a_{\gamma\omega\nu} L \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{\varepsilon}}{L} \Leftrightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{g \sin \theta}{L}$



Δ) Στη θέση (2) το σφαιρίδιο έχει γραμμική ταχύτητα: $v = \sqrt{2gL\eta\mu\theta}$

Στην ακτινική διεύθυνση ισχύει:

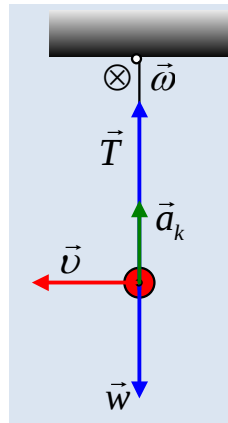
$$\Sigma F_R = F_K = T - W_y = ma_K \Leftrightarrow T - mg\eta\mu\theta = m \frac{v^2}{L} \Leftrightarrow T = 3mg\eta\mu\theta$$



Ε) Στη θέση (2) το σφαιρίδιο έχει γραμμική ταχύτητα: $v = \sqrt{2gL\eta\mu\theta}$ και γωνιακή:

$$v = \omega L \Leftrightarrow \omega = \frac{v}{L} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g\eta\mu\theta}{L}}$$

με διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα.



ΣΤ) Στη θέση (3) όπου το νήμα είναι κατακόρυφο δεν υπάρχει δύναμη στην εφαπτομενική διεύθυνση, άρα :

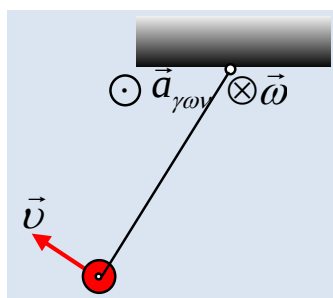
$$\Sigma F = ma_{\varepsilon} = 0 \Rightarrow a_{\varepsilon} = 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$$

Το σφαιρίδιο έχει λοιπόν μέγιστη γωνιακή ταχύτητα, $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{2g}{L}}$, ενώ: $\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_K$, δηλαδή η επιτάχυνση του σφαιριδίου έχει κατακόρυφη διεύθυνση.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου έχει μέτρο:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = \Sigma F_R = ma_K = 2mg$$

Ζ) Στη θέση (4), μετά τη διέλευση του σφαιριδίου από τη θέση (3) και πριν μηδενίσει στιγμιαία την ταχύτητά του, η γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα ενώ η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει διεύθυνση κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα έξω, αφού το σφαιρίδιο επιβραδύνεται



Θοδωρής Παπασγουρίδης

parasgou@gmail.com