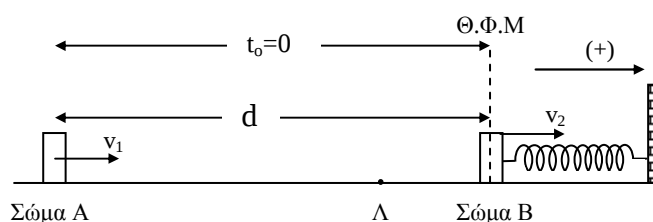


Πλαστική κρούση σε οριζόντιο ελατήριο

Τα σώματα (Α) και (Β) του σχήματος που έχουν μάζες $m_A = \frac{2\pi}{3}m$ και $m_B = m$ βρίσκονται ακίνητα πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος και απέχουν απόσταση d . Το σώμα (Β) είναι δεμένο με το ελατήριο του σχήματος το οποίο βρίσκεται στη Θ.Φ.Μ. του. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα (Α) με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 30/\pi$ m/s ενώ στο σώμα (Β) του δίνουμε ταχύτητα μέτρου $v_2 = 40$ m/s και στη συνέχεια εκτελεί ταλάντωση. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά σε ένα σημείο Λ (αριστερά της Θ.Φ.Μ.) τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\pi/15$ s, έχοντας αντίθετες ταχύτητες. Το σώμα Β στη θέση Λ έχει ταχύτητα μέτρου v'_2 και ισχύει η σχέση $U = 3K$, όπου U η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του και K η κινητική του ενέργεια. Να βρεθούν:



- Το μέτρο της ταχύτητας v'_2 του σώματος Β πριν την κρούση με το σώμα Α.
- Να βρεθεί η μικρότερη τιμή που πρέπει να έχει η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Β, ώστε να συγκρουστεί με το σώμα Α στη θέση Λ.
- Την αρχική απόσταση d των δύο σωμάτων.
- Πόσο θα απέχει από τη θέση Λ το συσσωμάτωμα, τη στιγμή που σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά μετά την δημιουργία του.

Δίνεται ως θετική φορά, η φορά προς τα δεξιά και $\sqrt{3} = 1,7$

Λύση

α) Η ταχύτητα v_2 που έχει το σώμα στη Θ.Φ.Μ αποτελεί τη μέγιστη ταχύτητα για την ταλάντωση του. Στη θέση Λ ισχύει η σχέση $U=3K$

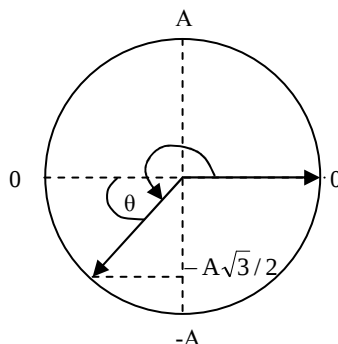
$$\left. \begin{array}{l} U = 3K \\ E = K + U \end{array} \right\} \rightarrow E = 4K \rightarrow K_{\max} = 4K \rightarrow \frac{mv_2}{2} = 4 \frac{mv'_2}{2} \rightarrow v'_2 = \frac{v_2}{2} \rightarrow v'_2 = 20 \text{ m/s}$$

β) Αφού η κρούση γίνεται αριστερά της Θ.Φ.Μ και έχουμε ορίσει ως θετική φορά προς τα δεξιά η θέση του σημείου Λ όπου γίνεται η κρούση είναι αρνητική.

$$\left. \begin{array}{l} U = 3K \rightarrow K = U/3 \\ E = K + U \end{array} \right\} \rightarrow E = U + U/3 \rightarrow E = 4U/3 \rightarrow \frac{DA^2}{2} = \frac{4}{3} \frac{Dx^2}{2} \rightarrow x^2 = \frac{3A^2}{4} \rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$$

Αφού το x είναι αρνητικό η θέση του Λ είναι $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Άρα τη στιγμή της κρούσης t_1 το σώμα Β βρίσκεται στη θέση $x = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ έχοντας αρνητική ταχύτητα.



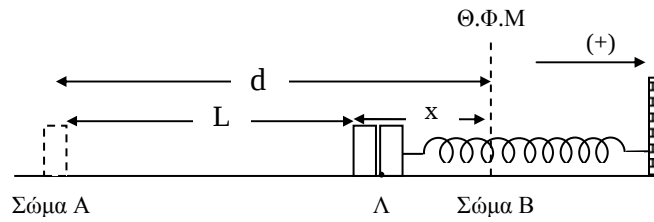
Η συνολική γωνία που έχει διαγράψει το στρεφόμενο διάνυσμα στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι $\phi_{ολ.} = \pi + \theta$

$$\eta\mu\theta = \frac{A\sqrt{3}/2}{A} \rightarrow \eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = \pi/3$$

$$\text{Άρα } \phi_{ολ.} = \pi + \pi/3 \rightarrow \phi_{ολ.} = 4\pi/3$$

$$\omega = \frac{\phi_{ολ.}}{t_1} \rightarrow \omega = \frac{4\pi/3}{2\pi/15} \rightarrow \omega = 10 \text{ rad/sec}$$

γ) Η αρχική απόσταση d των σωμάτων ισούται με το άθροισμα της απόστασης L που έχει διανύσει το σώμα A μέχρι τη χρονική t_1 και της απόστασης x . (Σχήμα)



$$v_2 = v_{\max} \rightarrow v_2 = \omega A \rightarrow A = 4\text{m}$$

Όμως
$$x = \frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{4\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = 2\sqrt{3}\text{m} \xrightarrow{\sqrt{3}=1,7} x = 3,4\text{m}$$

Το σώμα εκτελεί ΕΟΚ άρα $L = v_1 t_1 \rightarrow L = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{4\pi}{30} \rightarrow L = 4\text{m}$

Άρα η αρχική απόσταση $d = L + x = 4 + 3,4 = 7,4\text{m}$

δ) Από ΑΔΟ τη στιγμή της κρούσης έχουμε:

$$P_{\text{Πριν}} = P_{\text{Μετά}} \rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2' = m_{\text{ολ.}} \rightarrow \frac{2\pi}{3} m \cdot \frac{30}{\pi} - m \cdot 20 = m_{\text{ολ.}} v_K \rightarrow v_K = 0$$

άρα η θέση Λ αποτελεί την αριστερή ακραία θέση για το συσσωματώματος, το οποίο θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά στη δεξιά ακραία θέση ταλάντωσης του, οπότε η απόσταση που ψάχνουμε ισούται με $2A'$. Το $A' = x = 3,4\text{m}$ άρα η ζητούμενη απόσταση ισούται με $6,8\text{m}$.

Γιάννης Αγγελόπουλος