

Αθλήτρια του Ansampl με στεφάνη



Αθλήτρια του ansampl με στεφάνη κάνει μια επίδειξη τεχνικής ως εξής:

Από το ύψος του ώμου της, και κρατώντας μια στεφάνη, περιστρέφει το χέρι της σε κατακόρυφο επίπεδο, και όταν το κάτω άκρο της κατακόρυφης στεφάνης φτάσει στο δάπεδο, την αφήνει, έτσι ώστε να έχει ανάποδες στροφές (αριστερόστροφες). Η στεφάνη μετατοπίζεται **5m**, περιστρεφόμενη με ολίσθηση και επιστρέφει στην αθλήτρια κυλιόμενη, με ταχύτητα του κέντρου μάζας της **1m/s**. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης της

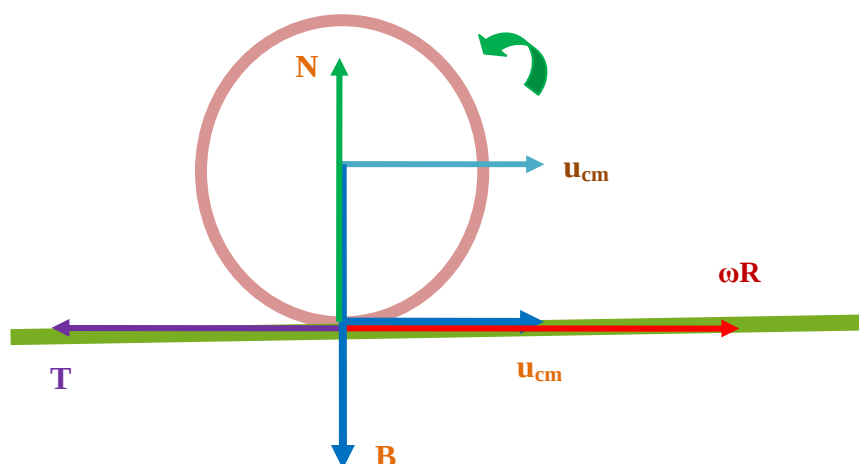
στεφάνης με το δάπεδο είναι $\mu=0,25$.

Κατά τη διάρκεια της κίνησης του χεριού της η στεφάνη δεν άλλαζε θέση σε σχέση με το χέρι της.

Θεωρείστε ότι η μάζα της στεφάνης $m=0,5\text{kg}$, είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά της, κι έχει ακτίνα $R=0,5\text{m}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1. Υπολογίστε την επιβράδυνση του κέντρου μάζας της στεφάνης καθώς και τη γωνιακή επιβράδυνσή της.
2. Υπολογίστε τον ολικό χρόνο κίνησης μέχρι να επιστρέψει στην αθλήτρια, καθώς και τον αριθμό στροφών που έκανε.
3. Πόση ενέργεια έγινε θερμότητα κατά την κίνησή της.
4. Ποια η ταχύτητα του σημείου επαφής της με το δάπεδο τη στιγμή που τελειώνει την δεύτερη στροφή της;
5. Να γίνει γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση του χρόνου t .

Απάντηση:



1. Επειδή η στεφάνη έχει ανάποδες στροφές και ταχύτητα του κέντρου μάζας προς τα δεξιά, η τα-

χύτητα του σημείου επαφής με το δάπεδο είναι $u_s = u_{cm} + \omega_0 R$, άρα η τριβή ολίσθησης θα είναι προς τα αριστερά και θα επιβραδύνει μεταφορικά και στροφικά, μέχρι να σταματήσει μεταφορικά, όχι όμως στροφικά. Κι αυτό γιατί γυρνάει πίσω.

$$\text{είναι } T = \mu N = \mu mg \text{ και } T = ma_{cm} \text{ άρα } a_{cm} = \mu g = 2,5 \text{ m/s}^2$$

Για τη στροφική κίνηση :

$$\Sigma \tau = I \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad TR = mR^2 \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad \mu mg = mR \alpha_\gamma \quad \text{ή}$$

$$\alpha_\gamma = \frac{\mu g}{R} = \frac{0,25 \cdot 10}{0,5} \quad \text{ή} \quad \alpha_\gamma = 5 \text{ r/s}^2$$

2. Για τη μεταφορική κίνηση:

$$u_{cm} = u_0 - a_{cm} t_1, \text{ και } x_1 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2$$

- κι όταν σταματήσει $u_{cm} = 0$, $t_1 = \frac{u_0}{a_{cm}}$ και αντικαθιστώντας έχουμε:

$$x_1 = \frac{u_0^2}{2a_{cm}}.$$

Από τη σχέση $x_1 = \frac{u_0^2}{2a_{cm}}$ έχουμε $x_1 = \frac{u_0^2}{2\mu g}$ ή $u_0 = \sqrt{2\mu g x_1}$ άρα $u_0 = 5 \text{ m/s}$ οπότε:

$$t_1 = \frac{u_0}{a_{cm}} = \frac{5}{2,5} = 2 \text{ s}$$

Για τη στροφική κίνηση:

Η γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης όταν σταματήσει μεταφορικά, είναι: $\omega_1 = \omega_0 - \alpha_\gamma t_1$ (1) και έχει διαγράψει γωνία $\theta_1 = \omega_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_\gamma t_1^2$ (2)

Θα επιταχυνθεί μεταφορικά προς τα αριστερά με $a_{cm} = \mu g = 2,5 \text{ m/s}^2$, γιατί όταν σταματήσει μεταφορικά, δεν έχει σταματήσει στροφικά, οπότε το σημείο επαφής της με το δάπεδο έχει γραμμική ταχύτητα προς τα δεξιά, άρα η τριβή θα είναι προς τα αριστερά, με αποτέλεσμα να επιταχυνθεί προς τα αριστερά. Η τριβή μέσω της ροπής της θα επιβραδύνει τη στεφάνη μέχρι να έχουμε κύλιση (..χωρίς ολίσθηση) όταν:

$$u_{cm}' = \omega' R \quad \text{ή} \quad a_{cm} t_2 = (\omega_1 - \alpha_\gamma t_2) R \quad \text{ή}$$

$$t_2 = \omega_1 R / (a_{cm} + \alpha_\gamma R) \quad \text{ή} \quad t_2 = \frac{\omega_1 R}{2\mu g} \quad (3)$$

$$\text{άρα } x_2 = \frac{1}{2} a_{cm} t_2^2 = \frac{1}{2} \mu g \left[\frac{\omega_1 R}{2\mu g} \right]^2 \quad \text{ή} \quad x_2 = \frac{\omega_1^2 R^2}{8\mu g} \quad (4)$$

άρα η ταχύτητα θα είναι $u_2 = a_{cm} t_2 = \mu g t_2$. Όμως η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει η στεφάνη είναι $u_2 = 1 \text{ m/s}$ άρα $t_2 = \frac{u_2}{g\mu} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ s}$ και μετά διατηρεί αυτή την ταχύτητα μέχρι να επιστρέψει γιατί έχουμε κύλιση, σύμφωνα με την εκφώνηση.

Αντικαθιστώ στην (3) κι έχω:

$$\omega_1 = \frac{2\mu g t_2}{R} = \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot 0,4}{0,5} = 4 \text{ r/s}$$

$$\text{κι έτσι } u_2 = a_{\text{cm}} t_2 = \mu g t_2 = 1 \text{ m/s}$$

Από την (1) έχω $\omega_0 = \omega_1 + \alpha_\gamma t_1$ ή $\omega_0 = 4 + 5.2 = 14 \text{ r/s}$

$$\text{από την (4) έχουμε: } x_2 = \frac{\omega_1^2 R^2}{8\mu g} = \frac{4^2 \cdot 0,5^2}{8 \cdot 2,5} = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{Από τη (2) έχουμε: } \theta_1 = \omega_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_\gamma t_1^2 = 14 \cdot 2 - 0,5 \cdot 5 \cdot 4 = 28 - 10 = 18 \text{ rad}$$

Επίσης, στην επιβραδυνόμενη στροφικά κίνησή της από τη θέση που σταμάτησε μεταφορικά μέχρι να κυλήσει έχουμε:

$$\theta_2 = \omega_1 t_2 - \frac{1}{2} \alpha_\gamma t_2^2 = 4 \cdot 0,4 - 0,5 \cdot 0,4^2 = 1,6 - 0,4 = 1,2 \text{ rad}$$

Κύλησε λοιπόν για $x_3 = 5 - 0,2 = 4,8 \text{ m}$ με ταχύτητα $u_2 = 1 \text{ m/s}$ και έκανε χρόνο γι' αυτό $t_3 = x_3 / u_2 = 4,8 \text{ s}$ διαγράφοντας γωνία θ_3

$$\theta_3 = x_3 / R = 4,8 / 0,5 = 9,6 \text{ rad}$$

Άρα ο συνολικός χρόνος είναι $t_{\text{ολ.}} = t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 0,4 + 4,8 = 7,2 \text{ s} !!!$

και η συνολική γωνία που διέγραψε περιστρεφόμενη αριστερόστροφα είναι

$$\theta_{\text{ολ.}} = 18 + 1,2 + 9,6 = 28,8 \text{ rad} :$$

Έτσι ο αριθμός στροφών που έκανε συνολικά είναι:

$$N = \theta_{\text{ολ.}} / 2\pi = 28,8 / 6,28 = 4,58 \text{ στροφές.}$$

3. Η αρχική κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{\text{αρχ.}} = \frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} m R^2 \omega_0^2 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 5^2 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5^2 \cdot 14^2 = 18,5 \text{ J}$$

Η τελική γωνιακή ταχύτητα είναι:

$$\omega_2 = u_2 / R = 1 / 0,5 = 2 \text{ r/s}$$

Η τελική κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{\text{τελ.}} = \frac{1}{2} m u_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} m u_2^2 + \frac{1}{2} m R^2 \omega_2^2 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1^2 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5^2 \cdot 2^2 = 0,5 \text{ J}$$

άρα έχασε $18,5 - 0,5 = 18 \text{ J}$

4. Τη δεύτερη στροφή την κάνει πηγαίνοντας δεξιά, πριν σταματήσει, κι αυτό γιατί οι συνολική γωνία που διέγραψε πηγαίνοντας είναι 18 rad ενώ οι δυο στροφές είναι $2\pi \text{ rad} < 18 \text{ rad}$.

$$4\pi = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha_\gamma t^2 \quad \text{ή} \quad 4\pi = 14t - 2,5t^2 \quad \text{ή} \quad 2,5t^2 - 14t + 4\pi = 0 \quad \text{ή}$$

$$t = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 2,5 \cdot 4\pi}}{5} = \frac{14 \pm 8,38}{5}$$

η ρίζα $t_1 = 4,476 \text{ s}$ απορρίπτεται γιατί είναι μεγαλύτερη του ολικού χρόνου για να σταματήσει μεταφορικά, δηλαδή από 2 s . Άρα $t = 1,124 \text{ s}$.

$$\text{Έτσι} \quad \omega = \omega_0 - \alpha_\gamma t = 14 - 5 \cdot 1,124 = 8,38 \text{ r/s.}$$

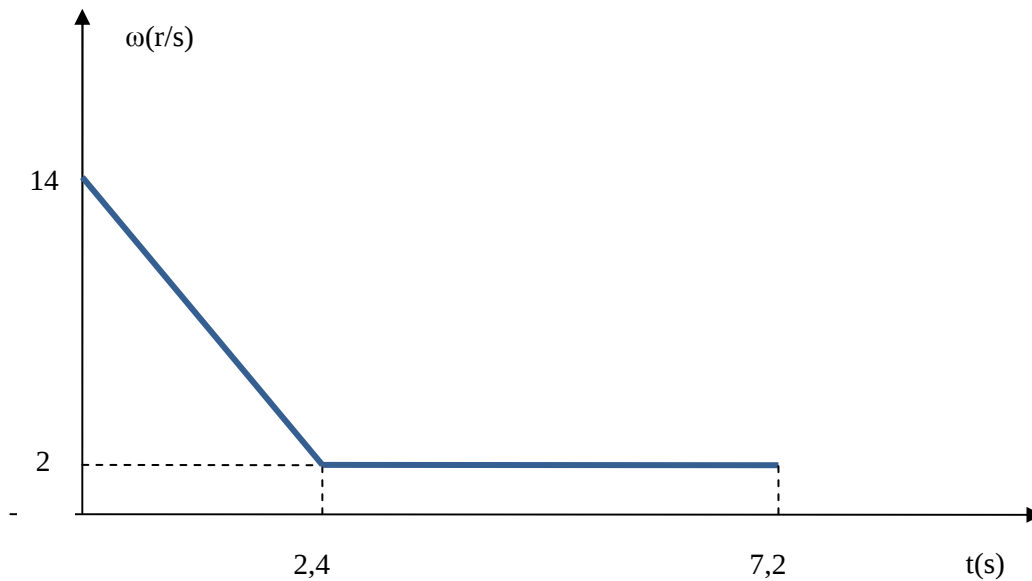
Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι :

$$u_{cm}=u_0-a_{cm}t=5-2,5 \cdot 1,124=2,19\text{m/s}$$

άρα $u_{εδ.}=u_{cm}+\omega R=2,19\text{m/s}+8,38 \cdot 0,5=6,38\text{m/s}$

5.

Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο είναι όπως στο παρακάτω διάγραμμα.



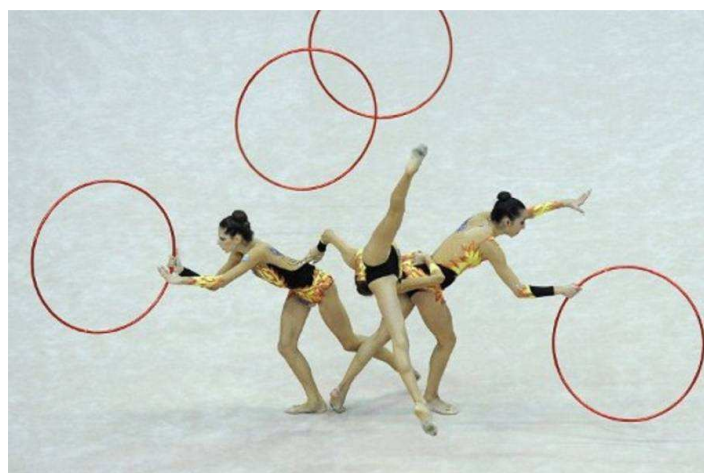
Κορκίζογλου Πρόδρομος 7^ο Γενικό Ενιαίο Λύκειο Νέας Σμύρνης

prodkork@hotmail.com

και μερικές φωτογραφίες..







The Telegraph Earth Share. One environment. One simple way to care for it.

HOME > SPORT > OLYMPICS > [OLYMPICS PICTURE GALLERIES](#)

London 2012 test event: rhythmic gymnastics at the North Greenwich Aren



The Telegraph Full
LONDON2012

Previous Image 1

RELATED ARTICLES

- Olympic heartbreak for...
- Gold for Smith and Pur...
- The countdown begins
- GB take one step closer
- London 2012 gymnast...
- GB gymnasts secure Gi...

JB BLUEST

