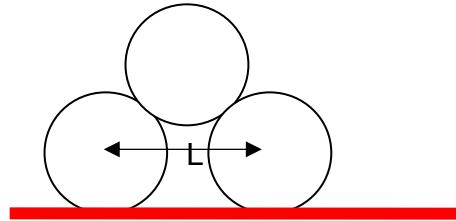


ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΡΙΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΟΡΙΑΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ



Τρεις όμοιοι κύλινδροι τοποθετούνται όπως στο σχήμα και ισορροπούν.

Με δεδομένα: την ακτίνα R του κάθε κυλίνδρου, , το συντελεστή οριακής τριβής μ με το δάπεδο, να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση των κέντρων των κάτω κυλίνδρων. Μεταξύ των κυλίνδρων δεν υπάρχει τριβή. Οι κύλινδροι δεν περιστρέφονται, μόνο μπορούν να ολισθήσουν.

Θεωρείστε το δάπεδο ότι παραμορφώνεται .

Απάντηση:

Λόγω συμμετρίας οι κάθετες αντιδράσεις $N_1=N_2=N$ και οι τριβές $T=T'$ είναι ίσες.

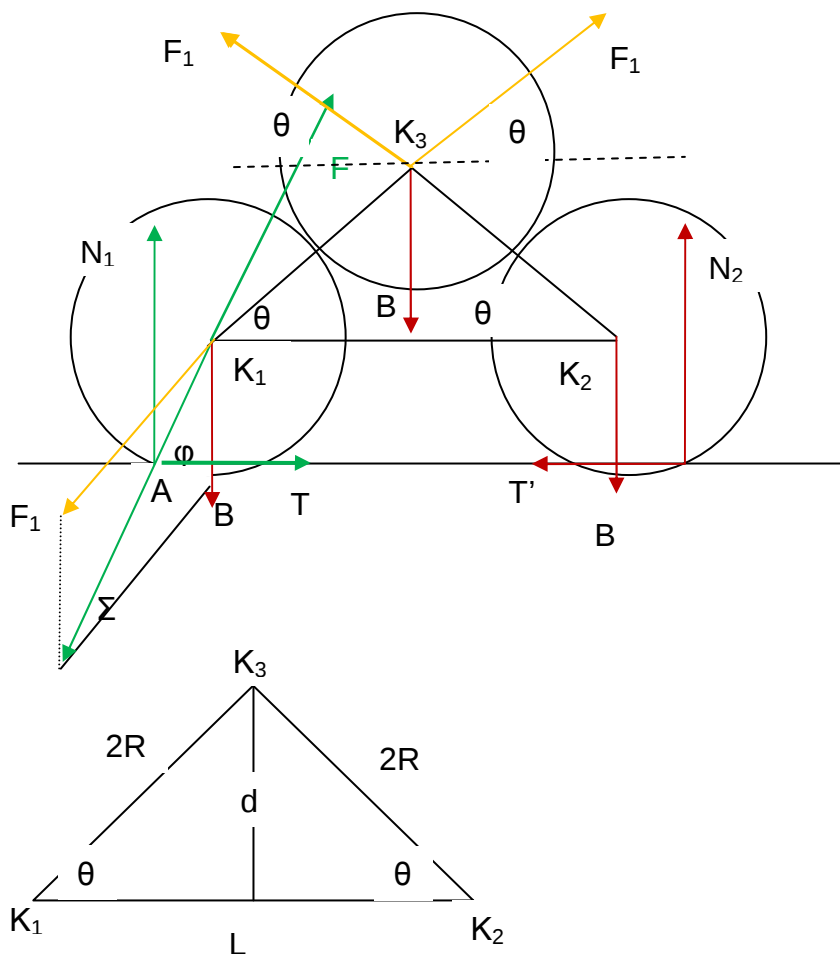
Από την ισορροπία του συστήματος έχουμε: $2N=3B$ ή $N=\frac{3B}{2}$ και $T=\mu N=\mu\frac{3B}{2}$ (1)

Το δάπεδο παραμορφώνεται σε βάθος y και η δύναμη F που ασκεί στον κύλινδρο 1 είναι στο σημείο A. Εφ' όσον ο κύλινδρος δεν περιστρέφεται αλλά μπορεί μόνο να ολισθήσει, ο κύλινδρος τείνει να ολισθήσει προς τ' αριστερά, κι έτσι έχουμε τη δύναμη F στο αριστερό άκρο A του μικρού βαθουλώματος.

Το σημείο A απέχει x από την κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο K_1 .

Η δύναμη F μπορεί να αναλυθεί στην κάθετη αντίδραση N και την τριβή T .

Έτσι έχουμε: $F^2 = N^2 + T^2$ και από την (1) έχουμε: $F = \frac{3B}{2} \sqrt{1 + \mu^2}$ (2)



Η δύναμη F που ασκεί το έδαφος στο A διέρχεται από το κέντρο K_1 , για να ισορροπεί αυτός, εφόσον το βάρος B και η δύναμη F_1 διέρχονται από το K_1 .

Η δύναμη F είναι αντίθετη της συνισταμένης Σ του βάρους B και της F_1 .

Αν φ_1 η γωνία των B και F_1 τότε: $\varphi_1 + \theta = 90^\circ$, και

$$\sin \varphi_1 = \eta \mu \theta = \frac{d}{2R} = \frac{\sqrt{(2R)^2 - (\frac{L}{2})^2}}{2R} = \frac{\sqrt{16R^2 - L^2}}{4R} \quad (3)$$

Η σφαίρα 3 ισορροπεί με τις δυνάμεις $F_1' = F_1$ συμμετρική της F_1 ως προς την κατακόρυφο που διέρχεται από το K_3 , και το βάρος B . Οι οριζόντιες συνιστώσες των F_1' , F_1 ισορροπούν, ενώ οι κατακόρυφες ισορροπούν το βάρος B . Άρα $2F_1 \eta \mu \theta = B$ ή $F_1 = \frac{B}{2\eta \mu \theta}$ και λόγω της (3) έχουμε:

$$F_1 = \frac{B}{2 \frac{\sqrt{16R^2 - L^2}}{4R}} = \frac{2RB}{\sqrt{16R^2 - L^2}} \quad (4)$$

$$\text{Ισχύει } \Sigma^2 = F^2 = F_1^2 + B^2 + 2F_1 B \sin \varphi_1 \rightarrow$$

$$\left(\frac{3B}{2}\sqrt{1+\mu^2}\right)^2 = \left(\frac{2RB}{\sqrt{16R^2-L^2}}\right)^2 + B^2 + 2\frac{2RB^2}{\sqrt{16R^2-L^2}}\frac{\sqrt{16R^2-L^2}}{4R} \quad \text{ή}$$

$$\frac{9}{4}(1+\mu^2) = \frac{4R^2}{16R^2-L^2} + 1 + 1 \quad \text{ή} \quad \frac{9\mu^2+1}{4} = \frac{4R^2}{16R^2-L^2}$$

$$L = \frac{12R\mu}{\sqrt{(3\mu)^2+1}} \quad (5)$$

περιορισμοί : πρέπει $2R \leq L < 3R$ ή $2R \leq \frac{12R\mu}{\sqrt{(3\mu)^2+1}} < 3R$

$$\frac{1}{6} \leq \frac{\mu}{\sqrt{(3\mu)^2+1}} < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{36} \leq \frac{\mu^2}{(3\mu)^2+1} < \frac{1}{16} \quad \frac{1}{3\sqrt{3}} \leq \mu < \frac{1}{\sqrt{7}} \quad \text{ή}$$

$$0,192 \leq \mu < 0,378$$

περιορισμοί για το βάθος y και τη μετατόπιση x της F.

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{N}{T} = \frac{N}{\mu N} = \frac{1}{\mu} \quad \text{όμως} \quad \varepsilon\varphi\theta = \frac{R-y}{x} = \frac{1}{\mu} \quad \text{ή} \quad x = \mu(R-y)$$

$$\text{επίσης } x^2 + (R-y)^2 = R^2 \quad \text{ή} \quad (\mu^2 + 1)(R-y)^2 = R^2 \quad \text{ή} \quad y = R\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu^2+1}}\right)$$

$$x = \frac{\mu R}{\sqrt{\mu^2+1}}$$

λύνοντας ως προς μ έχουμε : $\mu = \frac{x}{\sqrt{R^2-x^2}}$ και επειδή $\frac{1}{3\sqrt{3}} \leq \mu < \frac{1}{\sqrt{7}}$ έχουμε

$$\frac{1}{3\sqrt{3}} \leq \frac{x}{\sqrt{R^2-x^2}} < \frac{1}{\sqrt{7}} \quad \text{και από εδώ} \quad \frac{R}{2\sqrt{7}} \leq x < \frac{R}{2\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad 0,189R \leq x < 0,353R$$

Από τη σχέση $y = R\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\mu^2+1}}\right)$ λύνοντας ως προς μ έχουμε $\mu^2 = \left(\frac{R}{R-y}\right)^2 - 1$ και

$$\text{επειδή } \frac{1}{3\sqrt{3}} \leq \mu < \frac{1}{\sqrt{7}} \quad \text{έχουμε} \quad y < 1 - \sqrt{\frac{7}{8}} \quad \text{ή} \quad y < 0,064R$$

Παρατήρηση: από την τελευταία βλέπουμε ότι το βαθούλωμα y είναι μικρότερο από το 6,4%R, πράγμα που σημαίνει ότι δεν έχουμε σημαντική παραμόρφωση του εδάφους.

Κορκίζογλου Πρόδρομος prodkork@hotmail.com