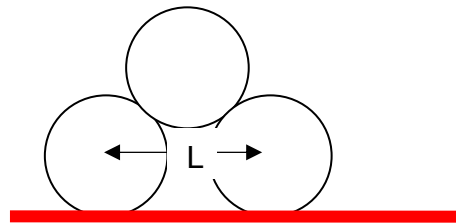


ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΡΙΩΝ ΚΥΛΙΝΔΡΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΣΗ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΟΡΙΑΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

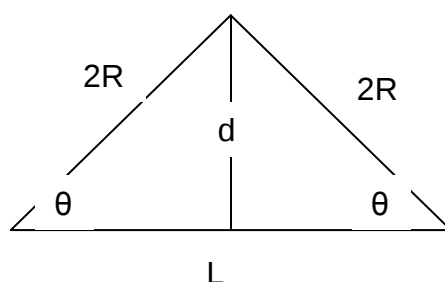
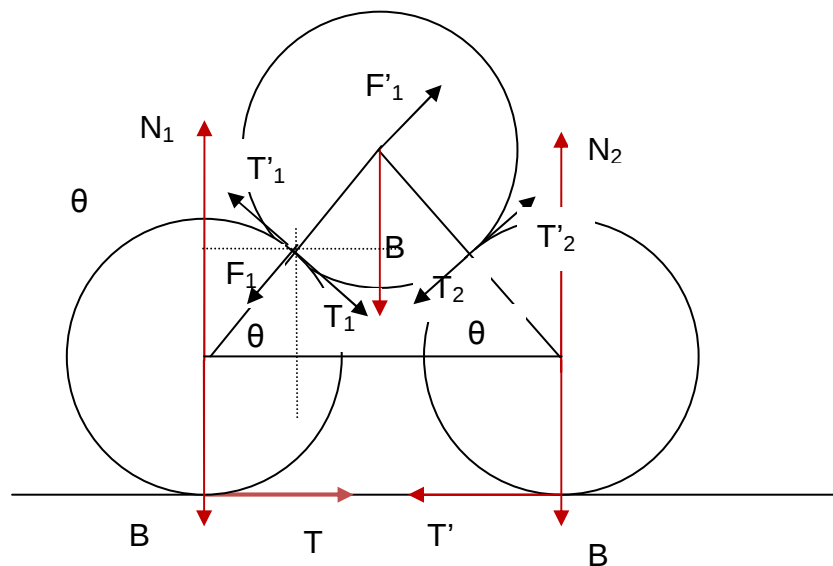


Τρεις όμοιοι κύλινδροι τοποθετούνται όπως στο σχήμα και ισορροπούν.

Με δεδομένα: την ακτίνα R του κάθε κυλίνδρου, , το συντελεστή οριακής τριβής μ με το δάπεδο, το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ τους μ_1 ,να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση των κέντρων των κάτω κυλίνδρων καθώς και τη συνθήκη μεταξύ των μ και μ_1 για να συμβαίνει αυτό.

Υποθέστε ότι όταν το μ παίρνει τη μέγιστη τιμή(οριακή) τότε και το μ_1 παίρνει τη μέγιστη τιμή (οριακή).

εφαρμογή: $\mu_1=3/4$, $R=0,4\text{m}$ υπολογίστε το μ και το L .



Λόγω συμμετρίας οι κάθετες αντιδράσεις $N_1=N_2=N$ και οι τριβές $T=T'$ είναι ίσες.

Από την ισορροπία του συστήματος έχουμε: $2N=3B$ ή $N=\frac{3B}{2}$ και $T=\mu N=\mu\frac{3B}{2}$

Μεταξύ των κυλίνδρων: αριστερής και της πάνω υπάρχει τριβή T_1 , και η πάνω, ασκεί δύναμη στη διεύθυνση της διακέντρου F_1 . Ισχύει $T_1=\mu_1 F_1$.

Οι δυνάμεις F_1' , T_1' είναι οι αντιδράσεις των F_1 , T_1 στον πάνω κύλινδρο.

Μεταξύ των κυλίνδρων: δεξιού και πάνω υπάρχει τριβή T_2 , και η πάνω, ασκεί δύναμη στη διεύθυνση της διακέντρου F_2 . Ισχύει $T_2=\mu_1 F_2$.

Οι δυνάμεις F_2' , T_2' είναι οι αντιδράσεις των F_2 , T_2 στον πάνω κύλινδρο.

Λόγω της συμμετρίας είναι $F_2=F_1$ και $T_2=T_1$.

Στον αριστερό κύλινδρο ασκούνται οι δυνάμεις: B , T , F_1, T_1 , και ισορροπούν.

Αναλύουμε την T_1 και την F_1 σε συνιστώσες οριζόντια και κατακόρυφα.

$T_{1x}=T_1\eta\mu\theta$, $T_{1y}=T_1\sigma\upsilon\nu\theta$, $F_{1x}=F_1\sigma\upsilon\nu\theta$, $F_{1y}=F_1\eta\mu\theta$.

είναι $\Sigma\tau=0$ ή $TR-T_1R=0$ ή $T_1=T=\mu\frac{3B}{2}$

$N_1=F_{1y}+T_{1y}+B$ ή $F_{1y}+T_{1y}=N_1-B=\frac{3B}{2}-B=\frac{B}{2}$ ή $F_1\eta\mu\theta+T_1\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{B}{2}$ όμως

$T_1=\mu_1 F_1$ άρα $F_1=\frac{T_1}{\mu_1}=\frac{\mu\frac{3B}{2}}{\mu_1}=\frac{3\mu B}{2\mu_1}$ άρα $\frac{3\mu B}{2\mu_1}\eta\mu\theta+\mu\frac{3B}{2}\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{B}{2}$ ή
 $\frac{3\mu}{\mu_1}\eta\mu\theta+3\mu\sigma\upsilon\nu\theta=1$ (1)

$\epsilon\varphi\theta=\frac{F_1}{T_1}=\frac{1}{\mu_1}$ και $\epsilon\varphi\theta=\frac{d}{L/2}=\frac{2d}{L}=2\frac{\sqrt{(2R)^2-(\frac{L}{2})^2}}{L}=\frac{\sqrt{16R^2-L^2}}{L}=\frac{1}{\mu_1}$

$\frac{16R^2-L^2}{L^2}=\frac{1}{\mu_1^2}\rightarrow\frac{16R^2}{L^2}=\frac{1}{\mu_1^2}+1\rightarrow L=\frac{4R}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}}$ (2)

Είναι $\sigma\upsilon\nu\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon\varphi^2\theta}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}}=\frac{\mu_1}{\sqrt{1+\mu_1^2}}$ και $\eta\mu\theta=\frac{\epsilon\varphi\theta}{\sqrt{1+\epsilon\varphi^2\theta}}=\frac{\frac{1}{\mu_1}}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}}=\frac{1}{\sqrt{1+\mu_1^2}}$

και από την (1) έχουμε: $\frac{3\mu}{\mu_1}\frac{1}{\sqrt{1+\mu_1^2}}+3\mu\frac{\mu_1}{\sqrt{1+\mu_1^2}}=1$ ή $3\mu+3\mu\mu_1=\sqrt{1+\mu_1^2}$ ή

$$\mu = \frac{\sqrt{1+\mu_1^2}}{3(1+\mu_1)} \quad (3)$$

περιορισμός: $2R \leq L < 3R$ ή $2R \leq \frac{4R}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}} < 3R$ ή $1 \leq \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}} < \frac{3}{2}$ ή $1 \geq \frac{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}}{2} > \frac{2}{3}$ ή

$$2 \geq \sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1} > \frac{4}{3} \quad \text{ή} \quad 4 \geq \frac{1}{\mu_1^2} + 1 > \frac{16}{9} \quad \text{ή} \quad 3 \geq \frac{1}{\mu_1^2} > \frac{7}{9} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{3} \leq \mu_1^2 < \frac{9}{7} \quad \text{ή} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} \leq \mu_1 < \frac{3}{\sqrt{7}} \quad \text{ή}$$

$$0,577 \leq \mu_1 < 1,133$$

Έτσι από την (3) έχουμε : $9\mu^2(1+\mu_1)^2 = 1+\mu_1^2$ ή $9\mu^2 + 18\mu^2\mu_1 + 9\mu^2\mu_1^2 - 1 - \mu_1^2 = 0$ ή

$$(9\mu^2 - 1)\mu_1^2 + 18\mu^2\mu_1 + 9\mu^2 - 1 = 0 \quad (4)$$

Πρέπει η διακρίνουσα να είναι μεγαλύτερη ή ίση του μηδενός, $\Delta \geq 0$ ή

$$18^2\mu^4 - 4(9\mu^2 - 1)^2 \geq 0 \rightarrow 18\mu^2 \geq 1 \rightarrow \mu \geq \frac{1}{3\sqrt{2}} \rightarrow \mu \geq 0,235$$

για $\mu_1 = 0,577$ έχουμε $\mu = \frac{\sqrt{1+\mu_1^2}}{3(1+\mu_1)} = 0,244$ και για $\mu_1 = 1,133$ έχουμε $\mu = 0,236$

όταν $\mu_1 = 1$ τότε το μ παίρνει την ελάχιστη τιμή που είναι: $\mu = \frac{1}{3\sqrt{2}} = 0,235$

Εφαρμογή: $\mu_1 = 3/4$ οπότε λόγω της (3) έχουμε: $\mu = \frac{\sqrt{1+\mu_1^2}}{3(1+\mu_1)} = \frac{5}{21} = 0,238$

$$L = \frac{4R}{\sqrt{\frac{1}{\mu_1^2}+1}} = 2,4R = 0,96m$$

Κορκίζογλου Πρόδρομος prodkork@hotmail.com