

Συμβολή με πάπιες.....



Στην ήρεμη επιφάνεια της λίμνης Πολυφήτου δύο πάπιες στέκονται αμέριμνες έτσι ώστε οι άκρες των ποδιών τους να σχηματίζουν τετράγωνο πλευράς $a=\sqrt{2}\text{m}$ στην επιφάνεια της λίμνης. Ξαφνικά την χρονική στιγμή $t=0$ οι δύο πάπιες αρχίζουν να κουνούν κατακόρυφα αρμονικά τα πόδια τους ώστε να δημιουργηθούν κύματα που στην επιφάνεια του νερού να μπορούν να θεωρηθούν εγκάρσια αρμονικά. Η εξίσωση ταλάντωσης των άκρων των ποδιών της κάθε πάπιας είναι της μορφής $\psi=0,05\sin 2\pi t$ (S.I.). Την χρονική στιγμή $t=2\text{ s}$ η μία πάπια παθαίνει «κράμπα» και σταματάει ακαριαία να κουνά το ένα της πόδι ενώ την ίδια χρονική στιγμή ένας κυνηγός που βρίσκεται σε απόσταση $d=680\text{ m}$ πυροβολεί προς τις πάπιες. Να βρεθούν:

- Η χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο της επιφάνειας που βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου που ορίζουν τα άκρα των ποδιών από τις δύο πάπιες καθώς επίσης και η χρονική στιγμή που το ίδιο σημείο σταματάει να ταλαντώνεται.
- Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου που βρίσκεται στο κέντρο του τετραγώνου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο νερό $u=1\text{m/s}$ ενώ η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο αέρα είναι $u_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Με τη βοήθεια του ΠΘ θα βρούμε ότι η διαγώνιος του τετραγώνου έχει μήκος $S=2\text{m}$. Έτσι ο χρόνος για να φτάσει η κάθε διαταραχή στο κέντρο του τετραγώνου $S/2=ut_1$ άρα $t_1=1\text{s}$. Για να φτάσει ο ήχος του πυροβολισμού στις πάπιες για να φοβηθούν και φύγουν από το νερό θα χρειασθεί χρόνο $d=u_{\text{ηχ}}\Delta t$ άρα $\Delta t=680/340=2\text{s}$. Άρα η χρονική στιγμή που οι πάπιες βγαίνουν από το νερό είναι $t'=t+\Delta t=4\text{s}$. Έτσι συνολικά το σημείο που αντιστοιχεί στο κέντρο του τετραγώνου θα σταματήσει να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή $t_2=t_1+t'=5\text{s}$.

- Το μήκος κύματος θα βρεθεί από το νόμο της κυματικής $u=\lambda f$ και μετά από πράξεις $\lambda=1\text{m}$.

Η εξίσωση του κάθε κύματος θα είναι της μορφής:

$$\Psi_1 = 0,05\eta\mu 2\pi(t-R_1) \text{ (S.I.)}$$

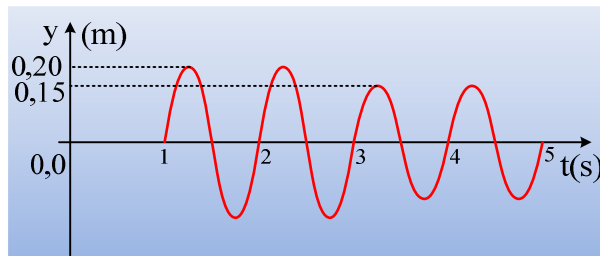
$$\Psi_2 = 0,05\eta\mu 2\pi(t-R_2) \text{ (S.I.)}$$

$$\Psi_3 = 0,05\eta\mu 2\pi(t-R_3) \text{ (S.I.)}$$

$$\Psi_4 = 0,05\eta\mu 2\pi(t-R_4) \text{ (S.I.)}$$

Έτσι η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου που αντιστοιχεί στο κέντρο του τετραγώνου θα δίνεται από τη σχέση

$$\Psi_{\text{ολ}} = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0,2\eta\mu 2\pi(t-1) & 1 \leq t \leq 3 \\ 0,15\eta\mu 2\pi(t-1) & 3 \leq t \leq 5 \\ 0 & t > 5 \end{cases} \quad \text{(S.I.)}$$



Την άσκηση την αφιερώνω στο φίλο του ylikonet.gr κ.Μίλτο μιας και τη φωτογραφία τη δανείστηκα από το φανταστικό του blog το [«Μικρό κελάρι»](#)

xristoselef@gmail.com