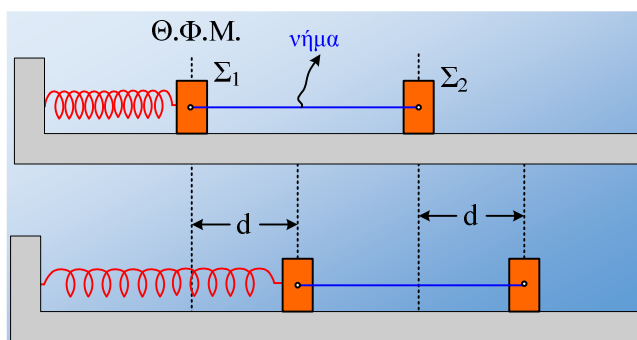


ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΡΟΥΣΗ ΚΑΙ ΝΗΜΑ ΠΟΥ ΤΕΝΤΩΝΕΙ ΚΑΙ ΞΕΤΕΝΩΝΕΙ



Στο πάνω σχήμα, τα σώματα ισορροπούν με το νήμα τεντωμένο (χωρίς όμως να ασκεί δύναμη) και το ελατήριο στο φυσικό του μήκος, με το αριστερό άκρο δεμένο σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχο, ενώ το δεξί στο σώμα Σ_1 . Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Τραβάμε το σύστημα προς τα δεξιά κατά τον άξονα του ελατηρίου κατά $d=0,4\text{m}$ και τη στιγμή $t_0=0$ τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν.

Δίνονται: $m_1=1\text{kg}$, $m_2=3\text{kg}$, $k=100\text{N/m}$. **Θετική φορά προς τα δεξιά.**

- Γ₁) Πόση είναι η ταχύτητα του Σ_1 όταν διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους και ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό.
- Γ₂) Να κάνετε γραφική παράσταση του μέτρου της τάσης του νήματος T_v σε συνάρτηση της απομάκρυνσης x σε βαθμολογημένους άξονες
- Γ₃) Πόσο πρέπει να είναι το ελάχιστο μήκος του νήματος ώστε τα σώματα να συγκρουσθούν στη θέση φυσικού μήκους.
- Γ₄) Αν η κρούση είναι πλαστική πόσο είναι το νέο πλάτος A' της ταλάντωσης και πόση είναι η μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων;
- Γ₅) *** Αν η κρούση είναι κεντρική ελαστική να προβλέψετε την εξέλιξη του φαινομένου και να βρείτε τα χαρακτηριστικά του γνωρίσματα.

Απάντηση:

- Γ₁) Στο σύστημα των σωμάτων ενεργεί η δύναμη του ελατηρίου, ενώ οι εσωτερικές δυνάμεις του νήματος στα δύο σώματα είναι εσωτερικές και εξουδετερώνονται.

$$\text{Έτσι } D=k=(m_1+m_2)\omega^2$$

Και αντικαθιστώντας βρίσκουμε $\omega=5 \text{ r/s}$. Το σώμα Σ_1 θα φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου (που είναι και η θέση ισορροπίας του) τη

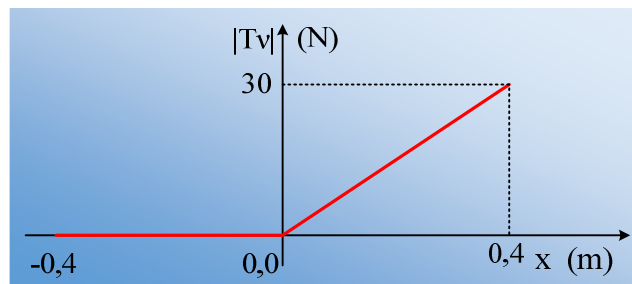
χρονική στιγμή $t_1=T/4=\frac{\frac{2\pi}{\omega}}{4}=\frac{\pi}{10}=0,314 \text{ s}$. Το πλάτος της Α.Α.Τ. του συστήματος

είναι $A=d=0,4\text{m}$ και η ταχύτητα του Σ_1 στη Θ.Φ.Μ. είναι μέγιστη $u_1 = u_2 = \omega A = 2\text{m/s}$.

Γ₂) Για το σώμα Σ_2 η δύναμη επαναφοράς είναι η τάση του νήματος, μέχρι το σώμα Σ_1 να φτάσει στη θέση Φ.Μ. ή τη Θ.Ι., γιατί αμέσως μετά αρχίζει να επιβραδύνεται, ενώ το Σ_2 συνεχίζει να κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι τη σύγκρουσή του με το Σ_1 .

$$T_v = m_2 a = m_2 (-\omega^2 x) = -75x \text{ ή } |T_v| = 75x \text{ με } x \in [0, 0,4\text{m}].$$

Η τάση του νήματος μηδενίζεται όταν το σώμα Σ_1 κινείται αριστερά της Θ.Φ.Μ. Η γραφική παράσταση είναι:



Γ₃) Το ελάχιστο μήκος του νήματος, προκειμένου η κρούση να γίνει στη θέση ισορροπίας, είναι αυτό που αντιστοιχεί στο να βρεθούν τα σώματα στη Θ.Ι., όταν το Σ_1 περνά για πρώτη φορά. Το Σ_1 κάνει Α.Α.Τ. με πλάτος:

$$A_1 = \frac{u_1}{\omega_1} = \frac{u_1}{\sqrt{\frac{k}{m_1}}} = 0,2\text{m}$$

και περίοδο

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{5}\text{s}.$$

Άρα σε χρόνο $\Delta t = T_1/2 = \frac{\pi}{10}\text{s}$. Άρα το ελάχιστο μήκος του νήματος είναι:

$$\ell = u_2 \cdot \Delta t = \frac{\pi}{5} m = 0,628\text{m}$$

Γ₄) Ισχύει η διατήρηση της ορμής του συστήματος:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}.$$

$$\text{Ή } m_1 u_1 - m_2 u_2 = (m_1 + m_2) V \text{ ή } 2 \cdot 6 = 4V \text{ ή } V = -1\text{m/s}.$$

Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί μετά την κρούση προς τ' αριστερά. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

$$|\Delta K| = K_{\text{ολ.αρχ.}} - K_{\text{ολ.τελ.}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 = 6\text{J}$$

Γ₅) Αν η κρούση είναι κεντρική-ελαστική ισχύουν οι τύποι :

$$u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 = \frac{1-3}{1+3} 2 + \frac{6}{1+3} (-2) = -4 \text{ m/s}$$

$$u'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{3-1}{1+3} (-2) + \frac{2}{1+3} (2) = 0 \text{ m/s}$$

Το σώμα Σ₂ ακινητοποιείται μετά την κρούση ενώ το Σ₁ επιστρέφει κάνοντας

Α.Α.Τ. με περίοδο $T_1 = \frac{\pi}{5} \text{ s}$ άρα

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10 \text{ rad/s}$$

και πλάτος:

$$A'_1 = \frac{|u'_1|}{\omega_1} = \frac{4}{10} \text{ m} = 0,4 \text{ m}.$$

Το Σ₁ θα επιστρέψει στη Θ.Ι. μετά από χρόνο $\Delta t = T_1/2 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ και θα συγκρουσθεί με το ακίνητο Σ₂ κεντρικά ελαστικά κι έτσι , μετά την 2^η κρούση τους θα έχουν ταχύτητες:

$$u''_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} |u'_1| = -2 \text{ m/s} \quad u''_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} |u'_1| = 2 \text{ m/s}.$$

Τα σώματα θα κινηθούν αντίθετα και σε κάποια στιγμή το νήμα θα τεντωθεί.

Πότε όμως; Παρατηρούμε ότι το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να συγκρουσθούν στη θέση Φ.Μ. την πρώτη φορά , ήταν η μισή περίοδος του Σ₁ δηλαδή $\Delta t = T_1/2 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$, και σ' αυτό το χρονικό διάστημα το Σ₂ διένυσε απόσταση όσο το μήκος του νήματος με ταχύτητα 2m/s, πράγμα που συμβαίνει και τώρα.

Έτσι το νήμα θα τεντώσει τη στιγμή που το Σ₁ βρεθεί επιστρέφοντας, στη Θ.Φ.Μ. Τη στιγμή αυτή αρχίζει η αλληλεπίδρασή τους μέσω της τάσης του νήματος, κι ακόμη ,τη στιγμή αυτή δεν συμβαίνει απότομο τέντωμα του νήματος, κάτι σαν κρούση, γιατί τα σώματα έχουν ίσες ταχύτητες 2m/s. η τάση του νήματος είναι εσωτερική δύναμη του συστήματος, κι επομένως η δύναμη του ελατηρίου δρά ως δύναμη επαναφοράς του συστήματος ,και τα σώματα θα σταματήσουν σε απόσταση $d=0,4 \text{ m}$ και σε χρονικό διάστημα:

$$\Delta t = T/4 = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}}{4} = \frac{\pi}{10} \text{ s} .$$

Το φαινόμενο επαναλαμβάνεται κάθε:

$$T_{\text{φαιν.}} = \frac{\pi}{10} s + \frac{\pi}{10} s + \frac{\pi}{10} s + \frac{\pi}{10} s + \frac{\pi}{10} s = \frac{5\pi}{10} s = \frac{\pi}{2} s = 1,57 s.$$

Κορκίζογλου Πρόδρομος

prodkork@hotmail.com