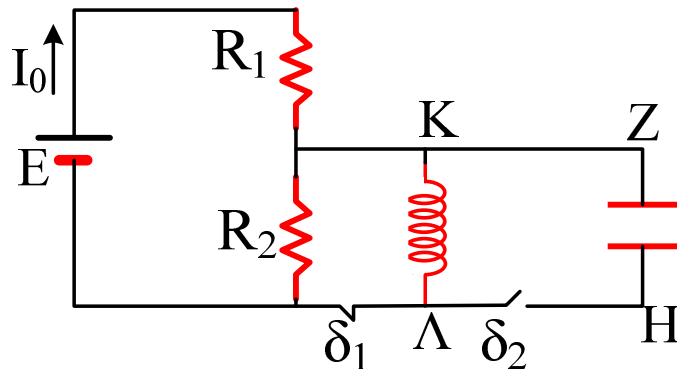


Το μηδέν και το τετράγωνο

Στο κύκλωμα του σχήματος, ο διακόπτης (δ_1) είναι κλειστός ενώ ο (δ_2) ανοικτός.



Θεωρούμε γνωστές τις τιμές της ΗΕΔ της πηγής E , των αντιστάσεων R_1 , R_2 , του συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου L και της χωρητικότητας του πυκνωτή C .

A) Το ρεύμα στο κύκλωμα έχει σταθεροποιηθεί στην τιμή:

$$\text{i) } I_o = \frac{E}{R_1 + R_2} \quad \text{ii) } I_o = \frac{E}{R_1} \quad \text{iii) } I_o = \frac{E}{R_2} \quad \text{iv) } I_o = \frac{E - E_{avt}}{R_1 + R_2}$$

B) Κάποια χρονική στιγμή που θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ($t=0$) ανοίγει ο (δ_1) και ταυτόχρονα κλείνει ο (δ_2). Θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας, επιλέξτε το σωστό:

- i) Η πηγή θα συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας έντασης με την προηγούμενη κατάσταση, ενώ στο τμήμα LC θα ξεκινήσει ηλεκτρική ταλάντωση, στην οποία το ρεύμα θα περιγράφεται από τη σχέση $i = -\frac{E}{R_1 + R_2} \eta \mu \omega t$ και το φορτίο του οπλισμού H από τη σχέση $q = \frac{E \sqrt{LC}}{(R_1 + R_2)} \sigma \upsilon \nu \omega t$
- ii) Η πηγή θα συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας έντασης με την προηγούμενη κατάσταση, ενώ στο τμήμα LC θα ξεκινήσει ηλεκτρική ταλάντωση, στην οποία το ρεύμα θα περιγράφεται από τη σχέση

$i = \frac{E}{R_1 + R_2} \sin \omega t$ και το φορτίο του σπλισμού Η από τη σχέση

$$q = \frac{E\sqrt{LC}}{(R_1 + R_2)} \eta \mu \omega t$$

iii) Η πηγή θα διαρρέεται από ρεύμα μικρότερης έντασης της αρχικής, ενώ στο τμήμα LC θα ξεκινήσει ηλεκτρική ταλάντωση, στην οποία το ρεύμα θα περιγράφεται από τη σχέση $i = -\frac{E}{R_1} \eta \mu \omega t$ και το φορτίο του σπλισμού Η

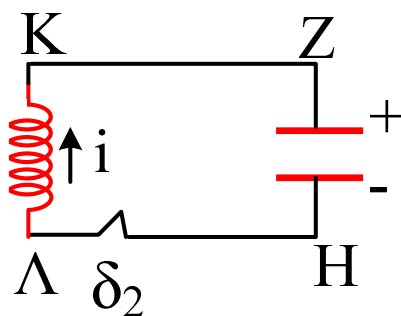
από τη σχέση $q = \frac{E\sqrt{LC}}{R_1} \sin \omega t$

iv) Η πηγή θα διαρρέεται από ρεύμα μικρότερης έντασης της αρχικής, ενώ στο τμήμα LC θα ξεκινήσει ηλεκτρική ταλάντωση, στην οποία το ρεύμα θα περιγράφεται από τη σχέση $i = \frac{E}{R_1} \sin \omega t$ και το φορτίο του σπλισμού Η

από τη σχέση $q = \frac{E\sqrt{LC}}{R_1} \eta \mu \omega t$

Γ) Στη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης κάποια στιγμή στο χρονικό διάστημα

$$\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4} \text{ υπάρχει η ακόλουθη κατάσταση:}$$



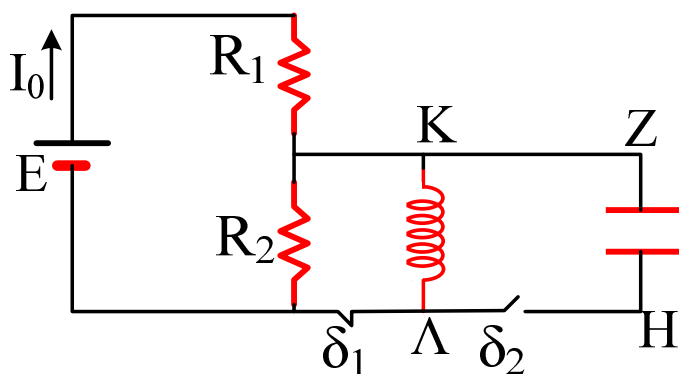
Τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή ισχύει:

i) Η ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή αυξάνεται, η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου μειώνεται ενώ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι αρνητικός $\frac{di}{dt} < 0$

- ii) Η ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή αυξάνεται, η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου μειώνεται ενώ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι θετικός $\frac{di}{dt} > 0$
- iii) Η ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή μειώνεται, η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου αυξάνεται ενώ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι αρνητικός $\frac{di}{dt} < 0$
- iv) Η ενέργεια στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή μειώνεται, η ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου αυξάνεται ενώ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι θετικός $\frac{di}{dt} > 0$

Απάντηση

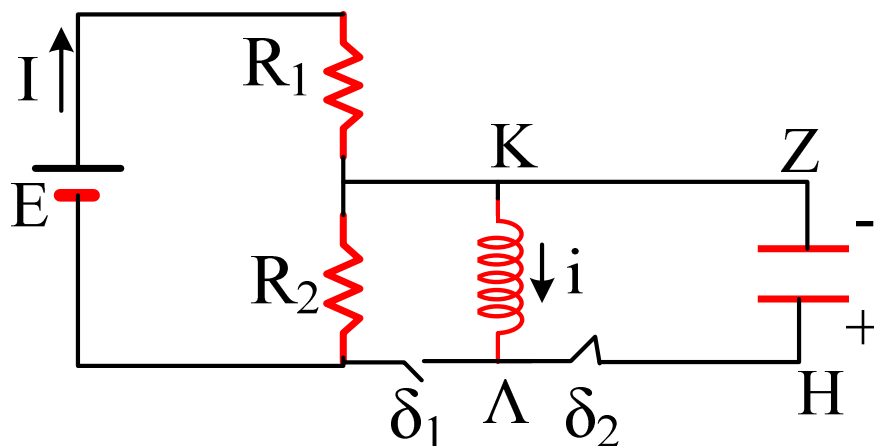
A) Στην αρχική κατάσταση του κυκλώματος, εφόσον το ρεύμα έχει σταθεροποιηθεί, ο ρυθμός μεταβολής του έχει μηδενισθεί $\frac{di}{dt} = 0$, οπότε αντίστοιχα έχει μηδενισθεί και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στ' άκρα του πηνίου $E_{\text{αυτ}} = 0$.



Τότε όμως η διαφορά δυναμικού στ' άκρα του αντιστάτη R_2 είναι μηδέν, συνεπώς ο αντιστάτης είναι βραχυκυκλωμένος και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I_o = \frac{E}{R_1}$

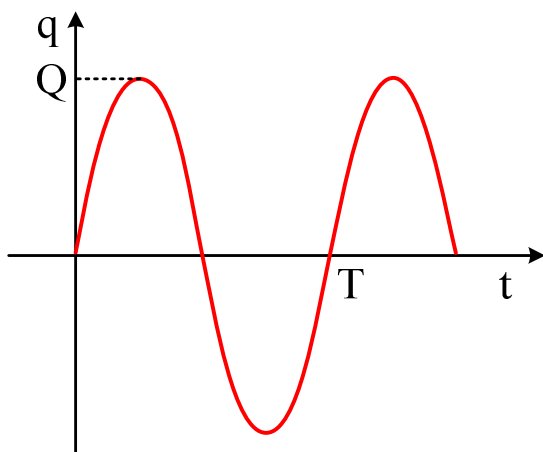
B) Όταν ανοίξει ο (δ_1) ο αντιστάτης R_2 αποσυνδέεται από το πηνίο. Η ολική αντίσταση του βρόχου της πηγής αυξάνεται και το ρεύμα που τη διαρρέει μειώνεται στην τιμή $I_o' = \frac{E}{R_1 + R_2}$

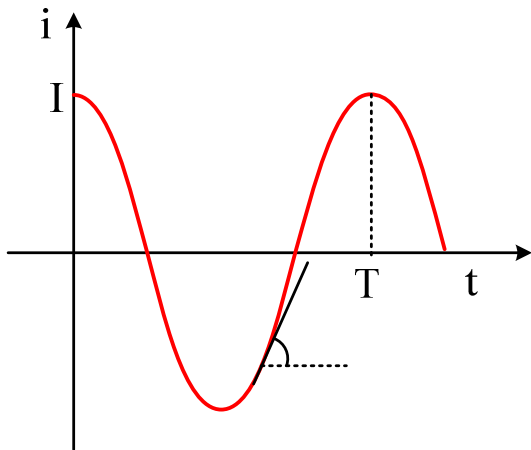
Μόλις ανοίξει ο δ_1 και κλείσει ο δ_2 , στ' άκρα του πηνίου αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με πολικότητα τέτοια ώστε το πηνίο να συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα ίδιας φοράς με την προηγούμενη κατάσταση. Το ρεύμα αυτό προκαλεί φόρτιση του πυκνωτή με πολικότητα όπως στο σχήμα, δηλαδή πρώτος φορτίζεται θετικά ο οπλισμός που είναι συνδεδεμένος στο Η. Στο τμήμα LC ξεκινά ηλεκτρική ταλάντωση με αρχικές συνθήκες για $t=0$: $q=0$ και $i=I_o=\frac{E}{R_1}$. Από τις σχέσεις : $q=Q\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ και $i=I\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o)$ υπολογίζουμε την αρχική φάση $\varphi_o=0$



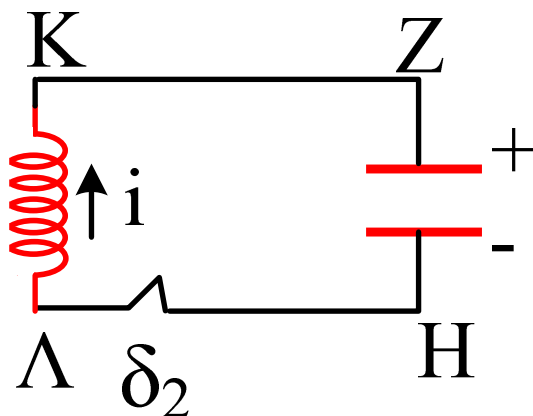
Συνεπώς το ρεύμα θα περιγράφεται από τη σχέση $i=\frac{E}{R_1}\sigma\upsilon\nu\omega t$ και το φορτίο του οπλισμού Η από τη σχέση $q=\frac{E\sqrt{LC}}{R_1}\eta\mu\omega t$ όπου $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις του φορτίου του οπλισμού Η και της έντασης του ρεύματος είναι οι ακόλουθες:





Γ) Στο χρονικό διάστημα $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4}$ η αλγεβρική τιμή του ρεύματος είναι αρνητική πράγμα που δηλώνει ότι έχει φορά από τον οπλισμό Η προς τον οπλισμό Ζ, αντίθετη αυτής που είχε αμέσως μετά το κλείσιμο του δ_2 :



Το ρεύμα προκαλεί φόρτιση του πυκνωτή, δηλαδή αυξάνει το θετικό φορτίο του Ζ και μειώνεται αλγεβρικά το αρνητικό του Η. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται το q^2 και συνεπώς η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή $U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$.

Τότε όμως μειώνεται ισόποσα η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου $U_B = \frac{1}{2} Li^2$, δηλαδή μειώνεται το i^2 . Από την κλίση όμως του διαγράμματος $i = f(t)$ στο χρονικό διάστημα $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4}$, φαίνεται ότι $\frac{di}{dt} > 0$, δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ρεύματος είναι θετικός.

Συμπέρασμα

Οι μεταβολές της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου εξαρτώνται από τις μεταβολές του τετραγώνου της έντασης του ρεύματος i^2 και όχι από το πρόσημο του ρυθμού μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της έντασης του ρεύματος $\frac{di}{dt}$.

Ανάλογα και οι μεταβολές της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή εξαρτώνται από τις μεταβολές του τετραγώνου του φορτίου q^2 και όχι από το πρόσημο του ρυθμού μεταβολής της αλγεβρικής τιμής του φορτίου του οπλισμού αναφοράς $\frac{dq}{dt}$.

Κάτι ανάλογο συμβαίνει στην Απλή Αρμονική Ταλάντωση, όπου οι μεταβολές της κινητικής ενέργειας εξαρτώνται από τις μεταβολές του τετραγώνου της ταχύτητας v^2 και όχι από το πρόσημο του ρυθμού μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας $\frac{dv}{dt}$, π.χ: όταν ο ταλαντωτής κινείται από τη θέση ισορροπίας $x=0$ προς την αρνητική ακρότατη $x=-A$, τότε η κινητική ενέργεια μειώνεται, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας είναι θετικός $\frac{dv}{dt} = a = -\omega^2 x > 0$

Θοδωρής Παπασγουρίδης

parasgou@gmail.com