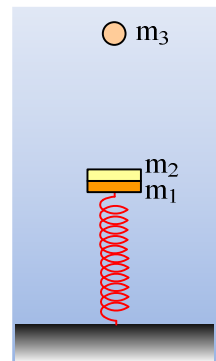


Ένα κατακόρυφο ελατήριο που είναι στη μόδα!

Πάνω σε ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=200 \text{ N/m}$ έχουμε στερεώσει ένα σημειακό ελαστικό σώμα μάζας $m_1=1 \text{ kg}$.

Πάνω στο σώμα μάζας m_1 τοποθετούμε χωρίς να προσδένουμε δεύτερο ελαστικό σημειακό σώμα μάζας $m_2=1 \text{ kg}$. Πάνω στη ίδια κατακόρυφο του ελατηρίου και από ύψος $H=0,45 \text{ m}$ πάνω από το σώμα μάζας m_2 αφήνουμε ελεύθερο τρίτο ελαστικό σώμα μάζας $m_3=1 \text{ kg}$. Τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος με μάζα m_3 μηδενίζεται αφαιρούμε το σώμα αυτό.



α) Ποιες οι ταχύτητες όλων των σωμάτων μετά την ελαστική κρούση.

β) Πόσες κρούσεις θα γίνουν συνολικά;

γ) Ποιο το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα μάζας m_2 .

Δίνεται το $g=10 \text{ m/s}^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Από την ισορροπία των δύο σωμάτων θα έχουμε $(m_1+m_2)g=Kx_1$ άρα $x_1=0,1 \text{ m}$

Με την βοήθεια τη ΑΔΕ για την πτώση του σώματος m_3 θα έχουμε $m_3gH = \frac{1}{2} m_3 u_3^2$ θα βρούμε $u_3=3 \text{ m/s}$.

Κατά την ελαστική κρούση του σώματος με μάζα m_3 με το σύστημα των δύο σωμάτων m_1-m_2 και την βοήθεια των τύπων της ελαστικής κρούσης θα έχουμε

$$u_3' = \frac{m_3 - m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3} u_3 = -1 \text{ m/s} \quad \& \quad u_{1,2}' = \frac{2m_3}{m_1 + m_2 + m_3} u_3 = 2 \text{ m/s}$$

β) Το σώμα με μάζα m_3 θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω μετά την ελαστική κρούση με το σύστημα των σωμάτων με μάζες m_1-m_2 .

Έτσι ο χρόνος μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του θα βρεθεί από το νόμο της ταχύτητας για την βολή προς τα πάνω $u=u_3'-gt_{av}$ άρα $t_{av}=0,1 \text{ s}$.

Το σώμα θα βρίσκεται σε ύψος $H=u_3't - \frac{1}{2}gt^2=0,05 \text{ m}$ πάνω από την ΘΙΤ.

Το σύστημα των δύο μαζών θα εκτελέσει μέρος γ.α.τ με «πλάτος» που θα βρεθεί από την σχέση της μέγιστης ταχύτητας μιας και την στιγμή της κρούσης το σύστημα βρισκόταν στην ΘΙΤ.

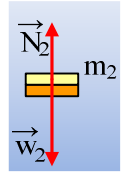
$$\text{Άρα } A = \frac{u_{12}'}{\omega} = 0,2 \text{ m.}$$

Ο χρόνος για να φτάσει και πάλι στην ΘΙΤ είναι $T/2=\pi/10=0,314 \text{ s}$ που είναι μεγαλύτερος του χρόνου ανόδου t_{av} για το σώμα μάζας m_3 . Έτσι το σώμα μάζας m_3 φτάνει πρώτο στο μέγιστό του ύψος άρα δεν πρόκειται να ξανασυμβεί δεύτερη κρούση.

γ) Με βάση τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του σώματος μάζας m_2 θα έχουμε

$$N_2 - m_2 g = m_2 a \quad \text{άρα } N_2 = m_2 g + m_2 (-\omega^2 x)$$

Για να χαθεί η επαφή θα πρέπει $N_2 = 0$ άρα μετά από πράξεις $x = 0,1\text{m}$ που φυσικά αντιστοιχεί στην ΘΦΜΕ.



Με την βοήθεια της ΑΔΕΤ θα έχουμε $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2$ θα βρούμε $u = \sqrt{3}\text{ m/s}$

Με τη βοήθεια της ΑΔΕ για την άνοδο του σώματος με μάζα m_2 θα έχουμε

$\frac{1}{2}m_2 u^2 = m_2 g H_{\max}$ και μετά από πράξεις $H_{\max} = 0,15\text{m}$ πάνω από την ΘΦΜΕ.

xristoselef@gmail.com