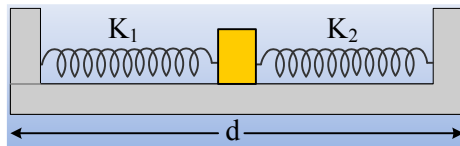


Γ.Α.Τ. ή όχι;

Σημειακό σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ισορροπεί με την βοήθεια δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Τα ελατήρια έχουν σταθερές $K_1 = K_2 = 100\text{N/m}$ και βρίσκονται σε επαφή με το σημειακό σώμα ενώ είναι στερεωμένα σε δύο κατακόρυφους τοίχους που απέχουν μεταξύ τους οριζόντια απόσταση $d=1\text{m}$. Το φυσικό μήκος του κάθε ελατηρίου είναι $L_1=L_2=0,6\text{m}$. Την χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σημειακό σώμα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου u_0 προς τα δεξιά. Να βρεθούν:

- Η μέγιστη ταχύτητα u_0 για την οποία το σώμα εκτελεί γ.α.τ.
- Η μέγιστη απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αν η αρχική ταχύτητα είχε μέτρο $u_0=2\text{m/s}$.
- Η ποιοτική γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας του συστήματος όταν η αρχική ταχύτητα ήταν $u_0=2\text{m/s}$.

Δίνεται $\sqrt{10} = 3,16$, $\sqrt{2} = 1,41$ και όταν ημ $\varphi=0,63$ $\varphi=\pi/9$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- α) Το σώμα ισορροπεί και από την συνθήκη ισορροπίας θα έχουμε $K_1x_1=K_2x_2$ άρα και $x_1=x_2$. Επειδή το σώμα είναι σημειακό και η απόσταση των σημείων που είναι στερεωμένα τα ελατήρια είναι $d=1\text{m}$ ενώ το φυσικό μήκος του κάθε ελατηρίου είναι $L_1=L_2=0,6\text{m}$ το κάθε ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $x_1=x_2=0,1\text{m}$. Επειδή τα ελατήρια δεν είναι δεμένα με το σημειακό σώμα δεν πρέπει να φτάσουν σε περιοχή που να έχουν το φυσικό τους μήκος. Έτσι για να υπάρχει γ.α.τ. με $D=K_1+K_2=200\text{N/m}$ δεν πρέπει το μέγιστο πλάτος να ξεπεράσει την τιμή $A_{\max}=x_1=x_2=0,1\text{m}$. Άρα η μέγιστη ταχύτητα θα είναι:

$$v_{\max}=\omega A_{\max}=1\text{m/s}.$$

- β) Με την βοήθεια της ΑΔΕ από την αρχική θέση και μέχρι την θέση που το σώμα θα σταματήσει για πρώτη φορά θα έχουμε

$$\frac{1}{2} K_1 x_1^2 + \frac{1}{2} K_2 x_2^2 + \frac{1}{2} M u_0^2 = \frac{1}{2} K_2 x_{\max 2}^2$$

$$\text{θα βρούμε τη μέγιστη συσπείρωση του δεύτερου ελατηρίου } x_{\max 2} = \frac{\sqrt{10}}{10} = 0,316\text{m}.$$

Άρα η μέγιστη μετατόπιση από την αρχική του θέση θα είναι $A_{\max'}=0,216\text{m}$.

Άρα οι δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης θα απέχουν απόσταση $\Delta x=2A_{\max'}=0,432\text{m}$.

- γ) Αν το σώμα ήταν δεμένο με τα δύο ελατήρια θα εκτελούσε γ.α.τ. με πλάτος $A=u_0/\omega=0,2\text{m}$. Για να φτάσει στην θέση $x_1=A/2$ θα απαιτούνταν χρόνος

$$T/12=\pi/60=0,052 \text{ sec}$$

Τότε όμως το ελατήριο σταθεράς K_1 θα έφτανε στο φυσικό του μήκος και το σώμα θα ταλαντωνόταν μόνο με την επίδραση του δεύτερου ελατηρίου.

Η θέση του φυσικού μήκους του θα ήταν και η θέση ισορροπίας. Το θεωρητικό πλάτος της ταλάντωσης θα ήταν 0,316m αν δεν υπήρχε το πρώτο ελατήριο.

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης στην υποτιθέμενη αυτή γ.α.τ. θα είχαμε

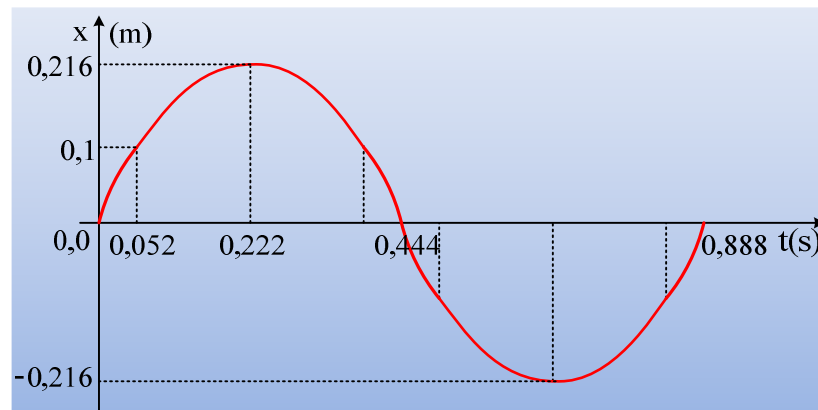
$$x'=A'\eta\mu\omega't \quad \text{άρα } 0,2=0,316\eta\mu(5\sqrt{2}t') \quad \text{άρα } \eta\mu(5\sqrt{2}t')=0,63, \text{ οπότε:}$$

$$t'=\frac{\sqrt{2}\pi}{90}\approx 0,05 \text{ sec}$$

Αρα ο ζητούμενος χρόνος για να φτάσει το σώμα στην ακραία θέση θα ήταν

$$t_2=T/4 - t'=0,22-0,05=0,17\text{s}$$

Ετσι το ποιοτικό διάγραμμα της απομάκρυνσης με το χρόνο θα ήταν



Xristoselef@gmail.com