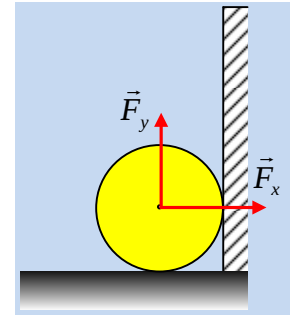


Δύσκολη η ζωή στην ανηφόρα.

Σφαίρα μάζας $M=1\text{kg}$ και ακτίνας R ισορροπεί πάνω σε ένα λείο επίπεδο ακουμπώντας σε κατακόρυφο τοίχο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ με τη σφαίρα. Ασκούμε στην σφαίρα και στο κέντρο της ταυτόχρονα δύο δυνάμεις. Μία οριζόντια και φορά προς τον τοίχο με μέτρο $F_x=20\text{N}$ και μία κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και εξαρτώμενη με το χρόνο με συνάρτηση $F_y=10+14t$ (SI).



A) Να αποδειχθεί ότι αρχικά η σφαίρα καθώς ανέρχεται κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει.

B) Ποιο το έργο όλων των δυνάμεων που ενεργούν στη σφαίρα μέχρι την χρονική στιγμή που διαρκεί η κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Γ) Αν την χρονική στιγμή που αρχίζει η ολίσθηση καταργηθεί η δύναμη F_x πόση είναι η κινητική ενέργεια της σφαίρας μετά από ένα δευτερόλεπτο μετά την κατάργηση της F_x .

$$I_{\text{cm}}=0,4MR^2 \text{ \& } g=10\text{m/s}^2$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Παρατηρούμε ότι για $t=0$ $F_y=mg$. Άρα η σφαίρα θα αρχίσει να ανεβαίνει απευθείας.

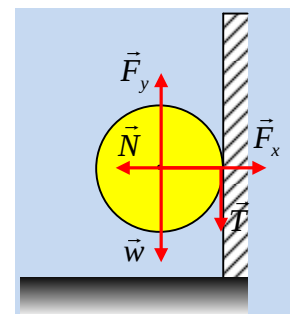
Για να κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη κύλιση δηλαδή $T < \mu N = \mu F_x$ (1)

Για την μεταφορική και στροφική κίνηση της ανερχόμενης σφαίρας θα ισχύουν

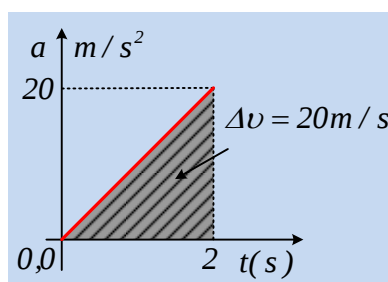
$$F_y - mg - T = ma \quad (2) \quad TR = 0,4mR^2 \alpha_{\text{γων}} \quad (3)$$

από (2) και (3) θα έχουμε $a=10t$ (SI) & $T=4t$ (SI)

Με αντικατάσταση στην (1) θα έχουμε $4t < 8$ άρα θα έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση μέχρι την χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.



B) Από την γραφική παράσταση της επιτάχυνσης με το χρόνο και για το χρονικό διάστημα της κύλισης χωρίς ολίσθηση θα βρούμε την αύξηση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.



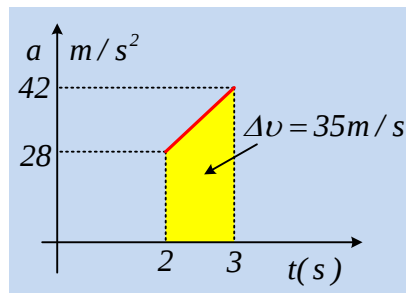
Με την βοήθεια της ΑΔΕ για την διάρκεια της κύλισης χωρίς ολίσθηση θα έχουμε

$$W_{ολ}=K_{ολ} = \frac{1}{2} M u_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = 280J$$

Γ) Μετά την κατάργηση της F_x παύει να υπάρχει και κάθετη αντίδραση άρα και τριβή. Οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται είναι το βάρος και η F_ψ . Για αυτές τώρα θα ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση. Η στροφική κίνηση πλέον δεν μπορεί να αλλάξει μιας και δεν υπάρχει δύναμη που να προκαλεί ροπή.

$$F_\psi - mg = ma_2 \quad \text{άρα } a_2 = 14t \quad 2 < t \text{ (SI)}$$

Με την βοήθεια και πάλι της γραφικής παράστασης a_2-t και για το χρονικό διάστημα από 2 έως 3s θα βρούμε την αύξηση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας



Έτσι η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας θα είναι $u_{cm} = 20 + 35 = 55 \text{ m/s}$

Ενώ η γωνιακή της ταχύτητα θα είναι σταθερή και ίση με $\omega = 20/R$ (SI)

Αρα η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας θα είναι

$$K_{ολτελ} = \frac{1}{2} m u_{cmτελ}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = 1592,5J$$

xristoselef@gmail.com