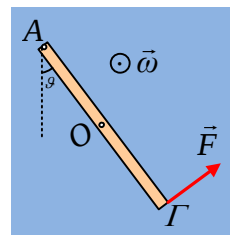


Ελάχιστη Κινητική ενέργεια ράβδου.

Ομογενής λεπτή ράβδος ΑΓ μάζας $M=1\text{Kg}$ και μήκους $L=0,3\text{m}$ ισορροπεί κατακόρυφα γύρω από οριζόντιο άξονα που βρίσκεται στο ένα της άκρο Α. Δίνουμε στη ράβδο αρχική γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=30\text{r/s}$ και ταυτόχρονα ασκούμε συνεχώς στο άκρο Γ κάθετη δύναμη F με μορφή $F = 9 - \frac{\pi}{2} + 5 \cdot \eta\mu\theta$ (SI) όπου θ η γωνία που



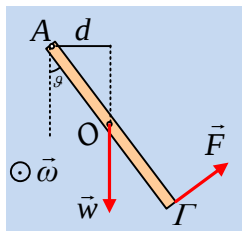
διαγράφει η ράβδος. Να βρεθούν:

- A) Η γωνία που η ράβδος θα αποκτήσει ελάχιστη κινητική ενέργεια καθώς και η ελάχιστη κινητική ενέργεια.
- B) Εκτελεί ή όχι ανακύκλωση η ράβδος;
- Γ) Η μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου.

Δίνονται $I_A = \frac{1}{3}M\ell^2$ και $\pi^2=10$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- A) Οι δυνάμεις που ασκούνται εκτός του άξονα περιστροφής είναι το βάρος και η εξωτερική δύναμη F . Η δύναμη F προσπαθεί να επιταχύνει στροφικά την ράβδο ενώ η ροπή του βάρους αντιστέκεται στην στροφική κίνηση της ράβδου.



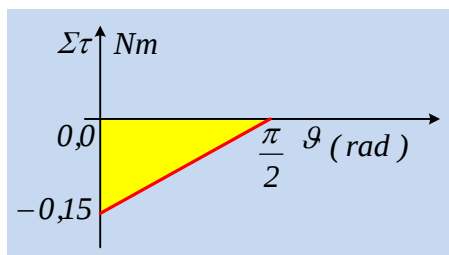
Η συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο είναι:

$$\Sigma\tau = F \cdot \ell - Mg \frac{\ell}{2} \eta\mu\theta = 0,39 - 0,3 \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{SI})$$

Παρατηρώ ότι η συνολική ροπή αρχικά είναι αρνητική άρα αρχικά η ράβδος επιβραδύνεται

Κάποια στιγμή η συνολική ροπή θα γίνει 0 για γωνία $0,39 - 0,3\pi/2 = 0$ δηλαδή για γωνία $\theta = \pi/2$.

Εκείνη τη στιγμή η ράβδος σταματάει να επιβραδύνεται και από και μετά θα αρχίσει να επιταχύνεται στροφικά μιας και το $\Sigma\tau > 0$. Από την γραφική παράσταση $\Sigma\tau - \theta$ θα υπολογίσουμε το έργο όλων των δυνάμεων μέχρι η ράβδος να αποκτήσει ελάχιστη κινητική ενέργεια.



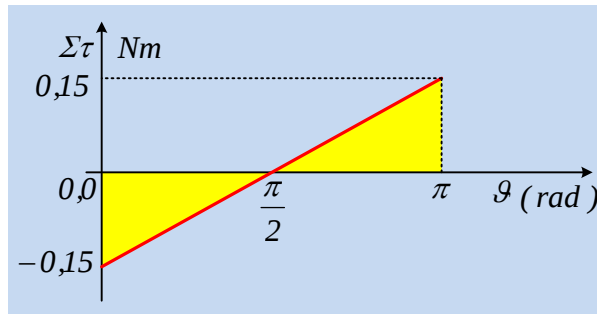
Από το εμβαδό το συνολικό έργο των ροπών θα είναι $W_{\text{ολ}} = -3/8 \text{ J}$

Με την βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε

$$K_{\text{αρχ}} + W_{\text{ολ}} = K_{\text{min}} \quad \text{άρα } K_{\text{min}} = 13,125 \text{ J}$$

Β) Για να κάνει ανακύκλωση το σώμα θα πρέπει να φτάσει στην ανώτερη θέση. Αν υποθέσουμε ότι φτάνει η ράβδος εκεί θα έχει διαγράψει γωνία $\theta = \pi$.

Με τη βοήθεια και πάλι της γραφικής παράστασης $\Sigma \tau - \theta$ θα έχουμε



Από το εμβαδό θα βρούμε $W_{\text{ολ}} = 0 \text{ J}$

Με την βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε

$$K_{\text{αρχ}} + W_{\text{ολ}} = K_{\text{τελ}} \quad \text{άρα } K_{\text{τελ}} = K_{\text{αρχ}}$$

άρα η ράβδος φτάνει στην ανώτερή της θέση έχοντας γωνιακή ταχύτητα ίση με τη αρχική:

$$\omega_0 = 30 \text{ r/s.}$$

Συνεπώς θα κάνει ανακύκλωση.

Γ) Από την παραπάνω γραφική παράσταση της συνολικής ροπής με τη γωνία θ παρατηρώ ότι το εμβαδό συνεχώς αυξάνει όσο αυξάνει και η γωνία. Έτσι το έργο των συνολικών ροπών αυξάνει συνεχώς άρα με την βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε

$$K_{\text{αρχ}} + W_{\text{ολ}} = K_{\text{τελ}}$$

έτσι η μέγιστη κινητική ενέργεια είναι το άπειρο.....

xristoselef@gmail.com