

Ελατήρια σε σειρά και Doppler.

Ηχητική πηγή με συχνότητα $f_s=710\text{Hz}$ είναι προσαρμοσμένη πάνω σε σώμα μάζας $m_2=10\text{Kg}$ που κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_2=15\text{m/s}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στο πίσω μέρος του σώματος υπάρχει δεμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K_1=4000\text{N/m}$ και μεγάλου φυσικού μήκους. Δεύτερο σώμα μάζας $m_1=5\text{Kg}$ ακολουθεί το πρώτο έχοντας ταχύτητα μέτρου $u_1=30\text{m/s}$ και έχοντας προσαρμοσμένο πάνω ανιχνευτή ήχων και στο εμπρός του μέρος ελατήριο σταθερά $K_2=1000\text{N/m}$ και μεγάλου φυσικού μήκους όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Κάποια στιγμή τα ελατήρια που βρίσκονται στο ίδιο ύψος έρχονται σε επαφή και αρχίζουν να συσπειρώνονται.

Να βρεθούν:

- A) Η συχνότητα που καταγράφει αρχικά ο ανιχνευτής ήχου πριν τα δύο ελατήρια έρθουν σε επαφή
- B) Η συνολική ενέργεια των ελατηρίων την στιγμή που ανιχνευτής ήχων καταγράφει την ίδια συχνότητα με αυτήν της πηγής καθώς και η συσπίρωση του κάθε ελατηρίου εκείνη την στιγμή.
- Γ) Η ποιοτική γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής ήχων σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $u_{\eta\chi}=340\text{m/s}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- A) Με την βοήθεια του φαινομένου Doppler για την συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο παρατηρητής θα έχουμε

$$f_1 = \frac{u_{\eta\chi} + u_1}{u_{\eta\chi} + u_2} f_s = 740\text{Hz}$$

- B) Ο ανιχνευτής θα καταγράφει ίδια συχνότητα με αυτήν της πηγής όταν η σχετική απόσταση των δύο κινητών στιγμιαία θα παραμείνει σταθερή. Αυτό θα συμβεί στιγμιαία όταν τα δύο σώματα αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα

Με την βοήθεια της ΑΔΟ θα έχουμε

$$M_1 u_1 + M_2 u_2 = (M_1 + M_2) u_{\text{κοιν}}$$

άρα $u_{\text{κοιν}} = 20\text{m/s}$

Με την βοήθεια της ΑΔΕ για το σύστημα των δύο σωμάτων

$$\frac{1}{2} M_1 u_1^2 + \frac{1}{2} M_2 u_2^2 = \frac{1}{2} (M_1 + M_2) u_{\text{κοιν}}^2 + U_{\text{ελ}}$$

μετά τις πράξεις θα βρούμε $U_{\text{ελ}} = 375\text{J}$

Τα δύο ελατήρια έχουν κοινά άκρα. Συνεπώς θα δέχονται συνεχώς του ίδιου μέτρου δύναμη. Η συνολική συσπείρωση και των δύο ελατηρίων θα είναι το άθροισμα του καθενός. Έτσι

$$x_1 + x_2 = x_{ολ} \quad \text{άρα } F/K_1 + F/K_2 = F/K_{ολ} \quad \text{άρα } K_{ολ} = 800 \text{ N/m}$$

Από την ολική ενέργεια των δύο ελατηρίων θα βρούμε την συνολική τους συσπείρωση

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} K_{ολ} x_{ολ}^2 \quad \text{άρα } x_{ολ} = 0,9375 \text{ m} \quad \text{άρα}$$

$$F = K_{ολ} x_{ολ} = 750 \text{ N} \quad \text{άρα } x_1 = F/K_1 = 0,1875 \text{ m} \quad \&$$

$$x_2 = F/K_2 = 0,75 \text{ m}$$

Γ) Η απόσταση των δύο κινητών αρχικά μειώνεται έχοντας τα δύο κινητά σταθερές ταχύτητες. Όταν τα ελατήρια θα έρθουν σε επαφή η ταχύτητα του ενός θα μειώνεται και του άλλου θα αυξάνει μέχρι την στιγμή που τα ελατήρια θα αποκτήσουν και πάλι το φυσικό τους μήκος. Οι τελικές ταχύτητες των δύο σωμάτων θα βρεθούν με βάση τους γνωστούς τύπους της ελαστικής κρούσης.

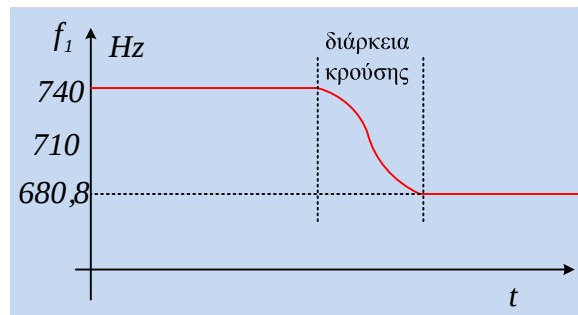
$$v_1' = (m_1 - m_2)u_1 / (m_1 + m_2) + 2m_2 u_2 / (m_1 + m_2) = 10 \text{ m/s}$$

$$v_2' = (m_2 - m_1)u_2 / (m_1 + m_2) + 2m_1 u_1 / (m_1 + m_2) = 25 \text{ m/s}$$

Με την βοήθεια του τύπου του φαινομένου Doppler

$$f_1 = \frac{u_{\eta\chi} + u_1'}{u_{\eta\chi} + u_2'} f_s = 680,8 \text{ Hz}$$

Άρα η ποιοτική γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση του χρόνου θα έχει μορφή



xristoselef@gmail.com

