

Εξαναγκασμένη ταλάντωση και κύμα με αρχική φάση.

Στερεώνουμε το ένα άκρο μιας τεντωμένης οριζόντιας αβαρούς ελαστικής χορδής μήκους $L=0,5\text{m}$ πάνω στην οποία μπορεί να διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα $u=1\text{ m/s}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Την χρονική στιγμή $t=0$ εξαναγκάζουμε το ελεύθερο άκρο της χορδής να εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση με εξίσωση $\psi_1=0,1\mu(10\pi t+3\pi/2)$ (SI) θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω.

Να βρεθούν:

- α) Η εξίσωση του κύματος που θα διαδοθεί στην ελαστική χορδή.
- β) Η μορφή της χορδής τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στην άλλη άκρη της χορδής.
- γ) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης όλων των σημείων της χορδής όταν το κύμα φτάσει στην άλλη άκρη της χορδής.
- δ) Ποια χρονική στιγμή το υλικό σημείο που απέχει από το ελεύθερο άκρο της χορδής οριζόντια απόσταση $x=0,2\text{m}$ έχει μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής για πρώτη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσής του.

Να υποτεθεί ότι το πλάτος του κύματος παραμένει συνεχώς σταθερό και $\pi^2=10$

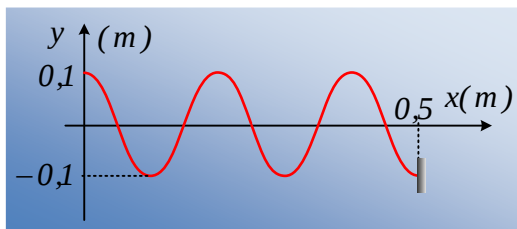
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Από την εξίσωση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης $\omega=10\pi\text{ r/s}$ άρα η συχνότητα του κύματος θα είναι $f=5\text{Hz}$. Από το νόμο της κυματικής $u=\lambda f$ θα βρούμε $\lambda=0,2\text{m}$.

Έτσι η εξίσωση του κύματος θα έχει μορφή

$$\psi=0,1\mu\{2\pi(5t -x/0,2) + 3\pi/2\} \quad (\text{S.I.})$$

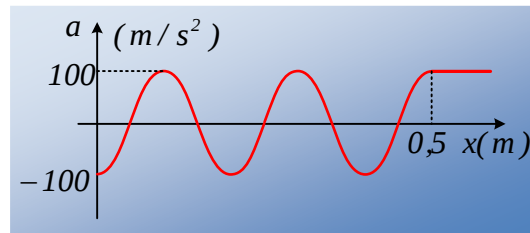
β) Το κύμα θα χρειασθεί χρόνο $t=L/u=0,5\text{s}$ για να φτάσει στην άλλη άκρη της χορδής. Ο χρόνος αυτός αντιστοιχεί σε $2,5T$ άρα η πηγή θα βρίσκεται στην μέγιστη θετική της απομάκρυνση μιας και την χρονική στιγμή $t=0$ βρισκόταν στην θέση $\psi=-A=-0,1\text{m}$. Άρα η μορφή της χορδής θα είναι



γ) Η εξίσωση της επιτάχυνσης όλων των σημείων της χορδής θα δίνεται από τη σχέση $a=-\omega^2\psi$ άρα

$$a=-100\{2\pi(2,5 -x/0,2) + 3\pi/2\} \quad (\text{S.I.})$$

και η μορφή της θα είναι ακριβώς αντίθετη της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με την απόσταση



- δ) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής $\Delta P/\Delta t = \Sigma F$ θα είναι μέγιστος όταν η επιτάχυνση του υλικού σημείου γίνει κατά μέτρο μέγιστη. Αυτό συμβαίνει όταν το υλικό σημείο βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής του. Το υλικό σημείο θα αρχίσει να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή $t_1 = x/u = 0,2s$. Το υλικό όμως σημείο ξεκινάει την ταλάντωσή του από το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσής του δηλαδή βρίσκεται στην θέση $\psi = -A$. Για να φτάσει στην άλλη ακραία θέση για πρώτη φορά θα χρειασθεί χρόνο $\Delta t = T/2 = 0,1s$ άρα ο συνολικός χρόνος θα είναι $t_{ολ} = 0,2 + 0,1 = 0,3s$.

xristoselef@gmail.com