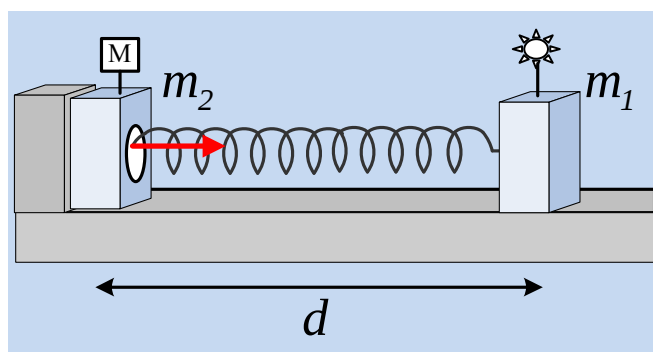


ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ DOPPLER.

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=100\pi^2\text{N/m}$ είναι στερεωμένο σε ακλόνητο κατακόρυφο επίπεδο ενώ στο άλλο άκρο του ισορροπεί δεμένο στο ελατήριο σώμα μάζας $m_1=4\text{kg}$. Το ελατήριο περνάει μέσα από οπή που βρίσκεται στο κέντρο δεύτερου σώματος μάζας $m_2=4\text{kg}$. Τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=2\text{m}$ και ισορροπούν πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο πρώτο σώμα έχουμε στερεώσει αβαρή ηχητική πηγή που μπορεί να εκπέμπει συνεχώς αρμονικό ήχο συχνότητας $F_s=680\text{Hz}$ ενώ στο δεύτερο σώμα έχουμε συνδέσει αβαρή ανιχνευτή ήχου. Την χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα μάζας m_2 με αρχική ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$ με φορά προς το πρώτο σώμα.



Αν όλες οι κρούσεις που ακολουθούν είναι τελείως ελαστικές και στιγμιαίες να βρεθούν:

- Η περίοδος της περιοδικής κίνησης του σώματος μάζας m_2 .
- Η εξίσωση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής μέχρι να επιστρέψει για πρώτη φορά στην αρχική του θέση.
- Η ποιοτική γραφική παράσταση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής σε συνάρτηση με το χρόνο για την πρώτη περίοδο της περιοδικής κίνησης του σώματος m_2 . Θα μπορούσε να υπολογιστεί το περικλειόμενο εμβαδόν της παραπάνω γραφικής παράστασης κατά το χρονικό διάστημα όπου το σώμα μάζας m_2 ήταν ακίνητο;

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $u=340\text{m/s}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Το σώμα μάζας m_2 αρχικά εκτελεί ΕΟΚ. Ο χρόνος μέχρι την πρώτη κρούση θα βρεθεί από την σχέση

$$d=u_0 t_1 \quad \text{άρα } t_1=0,2\text{s}.$$

Η κρούση των δύο σωμάτων που έχουν την ίδια μάζα είναι κεντρική και ελαστική. Τα σώματα έχουν θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Το σώμα μάζας m_1 θα εκτελέσει μέρος γ.α.τ. με περίοδο $T=2\pi\sqrt{m_1/K}$. Το σώμα θα επιστρέψει στη θέση κρούσης μετά από χρόνο $t_2=T/2=0,2s$.

Μετά την δεύτερη κρούση των δύο σωμάτων πάλι τα σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες οπότε το σώμα μάζας m_2 θα φτάσει στην αρχική του θέση σε χρόνο πάλι $t_3=d/u_0=0,2s$. Άρα η περίοδος της κίνησης του σώματος μάζας m_2 είναι $T_{ολ}=t_1+t_2+t_3=0,6s$.

β) Η εξίσωση της συχνότητας που καταγράφει ο ανιχνευτής θα δίνεται από τις σχέσεις

i) Για την περίπτωση που ανιχνευτής πλησιάζει την πηγή

$$f_1=(u+u_0)f_s/u = 700 \quad 0 < t < 0,2 \text{ (SI)}$$

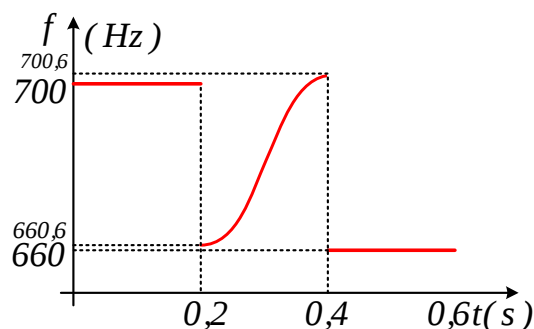
ii) Για την περίπτωση που παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή κάνει ταλάντωση θα ισχύει

$$f_2=231200/(340 + 10\sin\{2,5\pi(t-0,2)\}) \quad 0,2 < t < 0,4 \text{ (SI)}$$

iii) Και τέλος για την περίπτωση που το σώμα μάζας m_2 επιστρέφει στην αρχική θέση θα ισχύει

$$f_3=(u-u_0)f_s/u=660\text{Hz} \quad 0,4 < t < 0,6 \text{ (SI)}$$

γ) Η γραφική παράσταση της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής θα έχει ποιοτική μορφή



Το περιεκλούμενο εμβαδό εκφράζει τον αριθμό των κυμάτων που ανίχνευσε ο ανιχνευτής ήχων.

Τα κύματα αυτά προήλθαν από την πηγή που στον ίδιο χρόνο εξέπεμψε $N=F_s \cdot \Delta t = 680 \cdot 0,2 = 136$ κύματα.