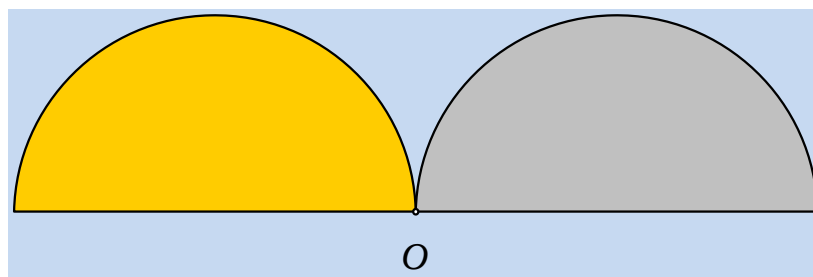


Κρούση δύο ημιδίσκων.

Έχουμε δύο δίσκους μάζας $M_1=8/3 \text{ Kg}$ και $M_2= 4/3\text{Kg}$ ίδιας ακτίνας $R=1\text{m}$ ο καθένας. Κόβουμε τους δίσκους στη μέση ακριβώς και καρφώνουμε τους δύο μισούς δίσκους από το ένα τους άκρο O ώστε οι δύο «ημιδίσκοι» να μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το O . Ανεβάζουμε τον καθένα «ημιδίσκο» έτσι ώστε η «διαμέτρός» του να είναι στην ίδια ευθεία και οριζόντιος όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Κάποια στιγμή αφήνουμε ταυτόχρονα τους δύο δίσκους.

A) Να αποδειχθεί ότι η κρούση των δύο «ημιδίσκων» θα γίνει όταν θα έχουν διαγράψει γωνία 90° ο καθένας.

B) Αν η κρούση των δύο δίσκων είναι ελαστική να βρεθεί η γωνιακή τους ταχύτητα αμέσως μετά την κρούση. Θα επιστρέψει κάποιος «ημιδίσκος» στην αρχική του θέση;

Γ) Αν η κρούση των «ημιδίσκων» ήταν τέλεια πλαστική ποια η απώλεια ενέργειας του συστήματος.

$$I_{\text{σπολοκληρουδίσκου}} = 0,5MR^2.$$

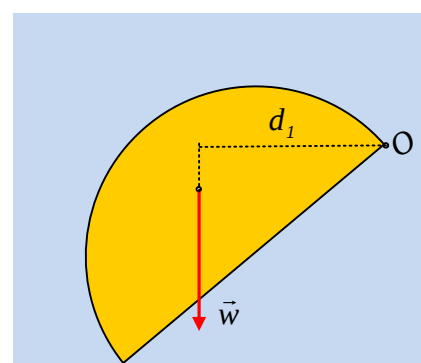
Το κέντρο μάζας του μισού δίσκου βρίσκεται σε απόσταση $L=4R/3\pi$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Για μία τυχαία θέση του μισού δίσκου θα ισχύει:

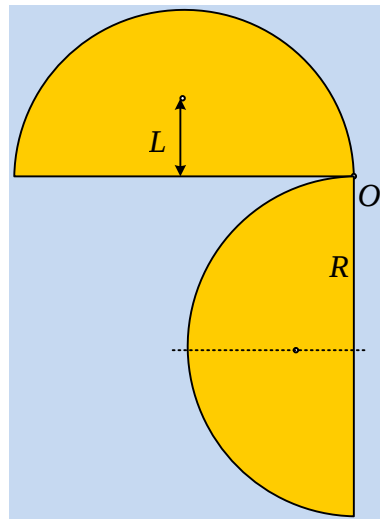
$$Mgd_1 = \lambda MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

άρα $\alpha_{\gamma\omega\nu} = gd_1 / \lambda R^2$ άρα η γωνιακή επιτάχυνση δεν εξαρτάται από την μάζα του κάθε μισού δίσκου. Έτσι οι δύο δίσκοι θα έχουν συνεχώς την ίδια γωνιακή επιτάχυνση άρα θα καλύπτουν συνεχώς την ίδια γωνία στον ίδιο χρόνο άρα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο χαμηλότερο σημείο τους έχοντας διαγράψει και οι δύο γωνία 90° .



B) Ο συνολικός δίσκος θα είχε ροπή αδράνειας γύρω από ένα σημείο της περιφέρειάς του θα βρεθεί με τη βοήθεια του κανόνα του Στάινερ $I_a = 0,5MR^2 + MR^2 = 1,5MR^2$. Τώρα όμως που έχουμε αφαιρέσει τον μισό δίσκο η ροπή αδράνειας του μισού δίσκου θα είναι $I_0 = 0,75MR^2$.

Με την βοήθεια της ΑΔΕ για την πτώση του κάθε μισού δίσκου θα έχουμε



$$\frac{M}{2} g \left(R + \frac{4R}{3\pi} \right) = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{θα βρούμε } \omega = \sqrt{\frac{4}{3} g \left(\frac{1}{R} + \frac{4}{3\pi R} \right)} = 4,36 \text{ r/s}$$

Η κρούση των δύο «ημιδίσκων» είναι ελαστική άρα με την βοήθεια των τροποποιημένων σχέσεων για την ελαστική κρούση στερεών θα έχουμε

$$\omega'_1 = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \omega_1 + \frac{2I_2}{I_1 + I_2} \omega_2$$

και με αντικατάσταση $I_1 = 2 \text{ kgm}^2$ $I_2 = 1 \text{ kgm}^2$ $\omega_1 = 4,36 \text{ r/s}$ & $\omega_2 = -4,36 \text{ r/s}$

θα βρούμε $\omega'_1 = -1,45 \text{ r/s}$

$$\omega'_2 = \frac{I_2 - I_1}{I_1 + I_2} \omega_2 + \frac{2I_1}{I_1 + I_2} \omega_1$$

και με αντικατάσταση $I_1 = 2 \text{ kgm}^2$ $I_2 = 1 \text{ kgm}^2$ $\omega_1 = 4,36 \text{ r/s}$ & $\omega_2 = -4,36 \text{ r/s}$

θα βρούμε $\omega'_2 = 7,27 \text{ r/s}$

Παρατηρούμε ότι ο ο πρώτος δίσκος φτάνει χαμηλότερα από την αρχική θέση ενώ ο δεύτερος δίσκος φτάνει ψηλότερα από την αρχική του θέση.

Γ) Αν η κρούση των δύο «ημιδίσκων» ήταν τέλεια πλαστική με την βοήθεια της ΑΔΣ θα βρίσκαμε

$$I_1 \omega_1 - I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2) \omega_{\text{συσ}}$$

θα βρούμε $\omega_{\text{συσ}} = 1,45 \text{ r/s}$.

Με την βοήθεια της ΑΔΕ πριν και μετά την κρούση θα είχαμε

$$\frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \omega_{\text{συσ}}^2 + Q_{\text{κρ}}$$

μετά από πράξεις θα βρούμε $Q_{\kappa\rho}\approx 25,36\text{J}$

xristoselef@gmail.com