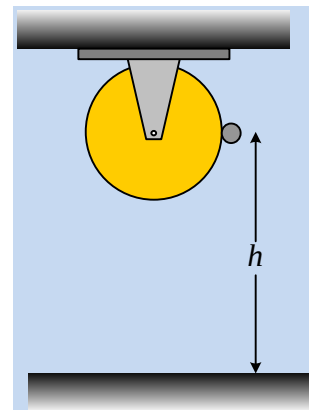


Κρούση τροχαλίας με το έδαφος.

Ελαστική τροχαλία μάζας $M=8\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,2\text{m}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα O χωρίς τριβές. Ο άξονας της τροχαλίας απέχει ύψος $H=1\text{m}$ από το έδαφος. Έχουμε τυλίξει γύρω από την μη ελαστικό σκοινί μεγάλου μήκους και στο άκρο έχουμε στερεώσει σημειακό σώμα μάζας $m=1\text{kg}$. Το σώμα μάζας m βρίσκεται και αυτό σε ύψος $h=1\text{m}$ από το έδαφος ακίνητο. Αφήνουμε το σώμα m ελεύθερο το σκοινί ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά πάνω στην τροχαλία και όταν φτάσει στο λείο έδαφος συγκρούεται τελείως πλαστικά με το έδαφος ενώ εκείνη την στιγμή κάποιος αφαιρεί ακαριαία τον οριζόντιο άξονα της τροχαλίας. Να βρεθούν:



A) Η ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση του σώματος m με το έδαφος

B) Το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου και του κατώτερου άκρου της τροχαλίας λίγο πριν και αμέσως μετά την ελαστική κρούσης της τροχαλίας με το λείο έδαφος αν η κρούση διαρκεί αμελητέα.

$$I_{\text{cm}} = 0,5MR^2.$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Για το σημειακό σώμα από το νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση θα έχουμε

$$mg - T = ma \quad (1)$$

Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας και για την στροφική της κίνηση θα έχουμε με βάση τον νόμο του Νεύτωνα

$$TR = 0,5MR^2\alpha_{\text{γων}} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) θα βρούμε $a = 2\text{m/s}^2$

Από τον νόμο του διαστήματος για την κάθοδο του σημειακού σώματος θα έχουμε $H = 1/2at^2$ και μετά τις πράξεις θα βρούμε $t = 1\text{s}$ ενώ από το νόμο της ταχύτητας $u = at = 2\text{m/s}$.

Η κρούση του σημειακού σώματος με το έδαφος είναι τέλεια πλαστική. Έτσι με την βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε $\frac{1}{2}mu^2 = Q_{\text{κρ}}$ άρα $Q_{\text{κρ}} = 2\text{J}$

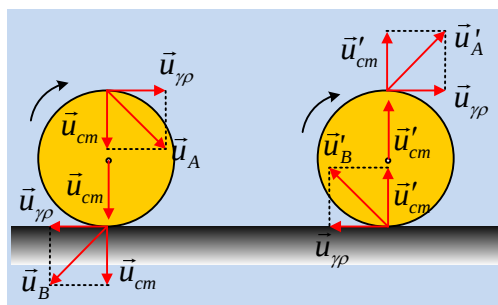
B) Την στιγμή που το σημειακό φτάνει στο έδαφος αφαιρείται και ο άξονας της τροχαλίας. Έτσι ακαριαία το νήμα χαλαρώνει και η τροχαλία αρχίζει να πέφτει με την επίδραση μόνο του βάρους της. Η κίνηση της τροχαλίας είναι ομαλή στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = u/R = 10\text{r/s}$ ενώ το κέντρο μάζας της τροχαλίας εκτελεί ελεύθερη πτώση λόγω του βάρους της τροχαλίας. Με την βοήθεια της ΑΔΕ για την πτώση της τροχαλίας και μέχρι να φτάσει στο έδαφος θα έχουμε

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + Mg(H-R) = \frac{1}{2}Mu_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

και μετά από πράξεις θα βρούμε $u_{\text{cm}} = 4\text{m/s}$.

Επειδή η κρούση της τροχαλίας είναι ελαστική με το λείο έδαφος το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της τροχαλίας δεν θα αλλάξει αμέσως μετά την κρούση.

Με την βοήθεια των παρακάτω σχημάτων θα έχουμε



Έτσι το μέτρο της συνολικής ταχύτητα του ανώτερου και του κατώτερου σημείου της τροχαλίας θα δίνεται από τη σχέση $u_{o\lambda} = \sqrt{(\omega R)^2 + u_{cm}^2} = \sqrt{20} m/s$.

xristoselef@gmail.com