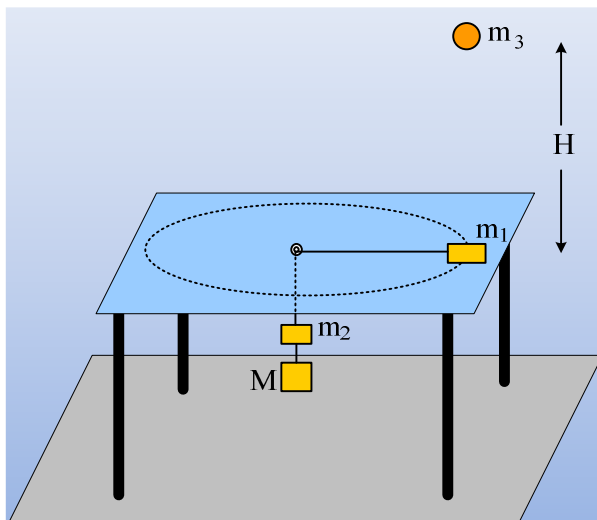


Κρούση. Ε και τι Χαλαρά....

Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος έχει μάζας $m_1=1\text{kg}$ και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R_1=2\text{m}$ με την βοήθεια οριζόντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=2,5\text{kg}$ που συνδέεται με νήμα με άλλο σώμα μάζας $M=2,5\text{Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα όπως στο παρακάτω σχήμα.



Την στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα μάζας m_1 με κατάλληλη αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 έτσι ώστε το σώμα μάζας m_1 να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ενώ το σύστημα m_2-M να ισορροπεί κατακόρυφα. Την ίδια χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε ελεύθερο τρίτο σώμα μάζας m_3 που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το σώμα m_1 και σε ύψος H που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τα δύο σώματα κάποια χρονική στιγμή t συγκρούονται πλαστικά ενώ το νήμα που συνδέει τα σώματα με μάζες m_2 και M εκείνη τη στιγμή κόβεται. Αμέσως μετά την κρούση και το κόψιμο του νήματος το σώμα μάζας m_2 συνεχίζει να ισορροπεί κατακόρυφα. Να βρεθούν:

- Α) Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης του σώματος με μάζα m_1
- Β) Την μάζα m_3 του σώματος που αφήνεται ελεύθερο
- Γ) Τα πιθανά ύψη H από όπου μπορεί να αφεθεί το σώμα μάζας m_3 για να συμβεί η πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.
- Δ) Να βρεθεί το ακριβές ύψος H από όπου αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_3 αν η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κρούση δινόταν από τη σχέση $30\text{J} < Q < 120\text{J}$ (SI)

Δίνεται το $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Α) Για να ισορροπεί κατακόρυφα το σώμα μάζας m_2 θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη ισορροπίας $T=(m_2+M)g$ άρα $T=50\text{N}$. Η τάση όμως του νήματος παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης για το

σώμα μάζας m_1 .

Αρα $T = m_1 \frac{u_o^2}{R}$ και μετά από πράξεις $u_o = 10 \text{ m/s}$.

Β) Για να συνεχίσει να ισορροπεί το σώμα μάζας m_2 θα πρέπει το μέτρο της τάσης του νήματος να γίνει $T_2 = m_2 g = 25 \text{ N}$ και μετά την κρούση των δύο σωμάτων και το κόψιμο του νήματος. Για την πλαστική κρούση και στον οριζόντιο άξονα θα έχουμε από την ΑΔΟ

$$m_1 \cdot u_o = (m_1 + m_3) u_{\text{συσ}} \quad (1)$$

Με την βοήθεια της κεντρομόλου δύναμης θα πρέπει να ισχύει $T = (m_1 + m_3) \frac{u_{\text{συσ}}^2}{R} \quad (2)$

Αν λύσουμε το σύστημα των εξισώσεων (1) & (2) θα βρούμε $m_3 = 1 \text{ Kg}$ και $u_{\text{συσ}} = 5 \text{ m/s}$

Γ) Για να γίνει η πλαστική κρούση των δύο μαζών θα πρέπει το σώμα με μάζα m_1 να έχει εκτελέσει ακέραιο αριθμό στροφών.

Η περίοδος της θα δίνεται από την σχέση $T = \frac{2\pi R}{u_o} = 0,4\pi \text{ s}$. Έτσι ο χρόνος πτώσης του σώματος με μάζα

m_3 θα πρέπει να δίνεται από τη σχέση $t_{\text{καθ}} = \kappa T = \kappa \cdot 0,4\pi \text{ (SI)}$ όπου κ ακέραιος.

Το σώμα μάζας m_3 εκτελεί ελεύθερη πτώση άρα τα πιθανά ύψη θα δίνονται από τη σχέση

$$H = 0,5gt^2 = 8\kappa^2 \text{ με } \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Δ) Με την βοήθεια της ΑΔΕ από την αρχική κατάσταση και μέχρι αμέσως μετά την κρούση θα έχουμε

$$m_3 g H + \frac{1}{2} m_1 u_o^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_{\text{συσ}}^2 + Q \quad \text{άρα } Q = 10H + 25 \text{ (SI)}$$

Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος $30 < 80\kappa^2 + 25 < 120 \text{ (SI)}$ θα βρούμε $\kappa = 1$ άρα $H = 8 \text{ m}$

xristoselef@gmail.com