

Εξαναγκασμένη ταλάντωση και κύμα με αρχική φάση.

Στερεώνουμε το ένα άκρο μιας οριζόντιας αβαρούς ελαστικής χορδής μεγάλου μήκους πάνω στην οποία μπορεί να διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα $V=1/\pi$ m/s όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Την χρονική στιγμή $t=0$ εξαναγκάζουμε το ελεύθερο άκρο της χορδής να εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση με εξίσωση:

$$\psi_1=0,1\mu(10t+\pi/2) \text{ (SI)}.$$

Να βρεθούν:

- α) Η εξίσωση του κύματος που θα διαδοθεί στην ελαστική χορδή.
- β) Ποια η ελάχιστη και ποια η μέγιστη απόσταση δύο σημείων της χορδής που παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης π rad.
- γ) Η μορφή της χορδής τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του άκρου της χορδής είναι $-0,1\text{m}$ είναι μέγιστη για 3^η φορά.
- δ) Πόσα σημεία την παραπάνω χρονική στιγμή έχουν ταχύτητα μέτρου ίση με το μισό της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσής τους.

Να υποτεθεί ότι το πλάτος του κύματος παραμένει συνεχώς σταθερό.

Να υποτεθεί ότι το πλάτος του κύματος παραμένει συνεχώς σταθερό.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

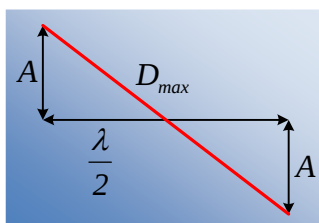
α) Από το νόμο της κυματικής $V=\lambda f$ άρα $\lambda=0,2\text{m}$

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που θα διαδοθεί στην ελαστική χορδή θα έχει μορφή

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu\left(2\pi\left(\frac{5t}{\pi} - \frac{x}{0,2}\right) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1) \quad (\text{S.I.})$$

β) Επειδή τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται με διαφορά φάσης π έχουν συνεχώς αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες η ελάχιστη τους απόσταση θα είναι όταν θα βρίσκονται στην θέση ισορροπίας τους και θα απέχουν απόσταση που θα βρεθεί από την σχέση $\Delta\phi=2\pi\Delta x/\lambda$ άρα $\Delta x_{\min}=0,1\text{m}$. Η μέγιστη απόσταση θα συμβεί όταν το ένα σημείο βρεθεί στην μέγιστη απομάκρυνση ενώ το άλλο θα βρεθεί στην ελάχιστη απομάκρυνση.

Με τη βοήθεια του ΠΘ θα έχουμε

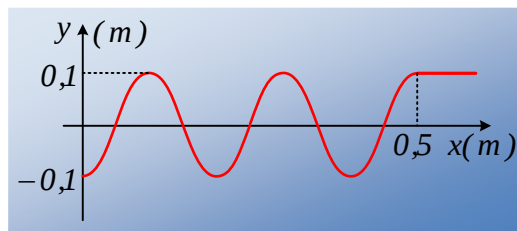


$$D_{max} = \sqrt{(2A)^2 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{10} m$$

γ) Το ελατήριο αποκτάει μέγιστη δυναμική ενέργεια όταν το σημειακό σώμα βρίσκεται στην ελάχιστη απομάκρυνσή του. Αυτό θα συμβεί για τρίτη φορά σε χρόνο $t_1 = T/2 + 2T$. Έτσι το κύμα θα έχει διαδοθεί κατά $2,5\lambda$. Η εξίσωση της χορδής θα είναι

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu\left(2\pi\left(2,5 - \frac{x}{0,2}\right) + \frac{\pi}{2}\right) \quad 0 \leq x \leq 0,5 \text{ (SI)}$$

Έτσι η μορφή της χορδής θα είναι



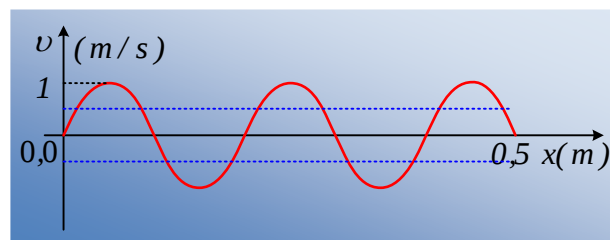
δ) Παραγωγίζοντας την εξίσωση (1) θα βρούμε τη εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής

$$u_{\tau\alpha\lambda} = \sigma\upsilon\nu\{2\pi(5t/\pi - x/0,2) + \pi/2\} \text{ (S.I)}$$

και για την χρονική στιγμή $2,5T$ θα έχουμε

$$u_{\tau\alpha\lambda} = \sigma\upsilon\nu\{2\pi(2,5 - x/0,2) + \pi/2\} \quad 0 \leq x \leq 0,5 \text{ (SI)}$$

άρα η γραφική παράστασή θα έχει μορφή



Απο το παραπάνω διάγραμμα παρατηρώ ότι 10 σημεία της χορδής έχουν ταχύτητα ταλάντωσης με μέτρο το μισό της μέγιστης τιμής τους.

xristoselef@gmail.com