

Λειάνσεις....

Ο Μπάρμπα Γιάννης ο σιδεράς μη έχοντας δουλειά τώρα στην κρίση παίζει με ένα σιδερένιο δαχτυλίδι μάζας M και ακτίνας $R=1,5/\pi$ m και με τον μικρό του εγγονό το Φοίβο. Με ένα σιδηροτροχό λειανεί το μισό δαχτυλίδι με αποτέλεσμα το μισό δαχτυλίδι να παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης με μία σανίδα μεγάλου μήκους $\mu_1=0,1$ ενώ το άλλο μισό που δεν έχει λειανθεί να παρουσιάζει συντελεστή τριβής με την ίδια σανίδα $\mu_2=0,6$. Ο μικρός Φοίβος παίρνει το δαχτυλίδι και την σανίδα μήκους και αρχίζει να εκτελεί διάφορα πειράματα για να διασκεδάσει τον παππού του.

Α ΠΕΙΡΑΜΑ:

Με την σανίδα δημιουργεί διάφορα κεκλιμένα επίπεδα σταθερής γωνίας φ και παρατηρεί την κίνηση του δαχτυλιδιού.

Β ΠΕΙΡΑΜΑ:

Με την σανίδα δημιουργεί κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ τέτοια ώστε το $\eta\mu\varphi=3/5$ και αφήνει το δαχτυλίδι από το ανώτερο σημείο της σανίδας με το σημείο επαφής του δαχτυλιδιού με τη σανίδα να είναι το σημείο όπου είχε αρχίσει την λείανση ο παππούς του.

- Για ποια ανώτερη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας στο πρώτο πείραμα ο Φοίβος θα παρατηρεί συνεχώς κύλιση χωρίς ολίσθηση.
- Αν στο δεύτερο πείραμα ο Φοίβος παρατηρεί αρχικά κύλιση του δαχτυλιδιού τι ταχύτητα έχει το κέντρο μάζας του δαχτυλιδιού μετά από μία πλήρη περιστροφή;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Από τους νόμους του Νεύτωνα για την στροφική και μεταφορική κίνηση του δαχτυλιδιού θα έχουμε

$$TR=MR^2\alpha_{\gamma_{\text{ων}}}\quad (1) \quad Mg\eta\mu\theta-T=Ma\quad (2) \quad \text{θα βρούμε } T= \frac{1}{2} Mg\eta\mu\theta \quad (3)$$

Για να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει συνεχώς το δαχτυλίδι θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη κύλισης

$$T < \mu N \quad \frac{1}{2} Mg\eta\mu\theta < \mu Mg\sigma\upsilon\nu\theta \quad \epsilon\varphi\theta < 2\mu \rightarrow \\ \mu > \frac{1}{2} \epsilon\varphi\theta$$

αλλά η εξίσωση να ισχύει και για τους δύο συντελεστές τριβής ολίσθησης.

Αν όμως ισχύει για τον μικρότερο θα ισχύει και για τον μεγαλύτερο.

Έτσι για να υπάρχει συνεχώς κύλιση χωρίς ολίσθηση θα πρέπει $\epsilon\varphi\theta_{\text{max}}=0,2$.

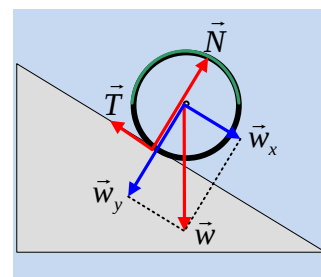
- Επειδή ο Φοίβος παρατηρεί αρχικά κύλιση για την συγκεκριμένη γωνία με $\eta\mu\theta=3/5$ σημαίνει ότι και πάλι αρχικά ισχύει η συνθήκη κύλισης. Δηλαδή θα πρέπει και πάλι να ισχύει $\frac{1}{2} \epsilon\varphi\theta < \mu$.

Παρατηρούμε όμως ότι αυτό ισχύει μόνο για το μ_2 μιας και $3/8 < 0,6$ αλλά δεν ισχύει για τον μ_1 μιας και $3/8 > 0,1$. Άρα αρχικά μπαίνει το κομμάτι του δαχτυλιδιού που δεν έχει λειανθεί.

Το δαχτυλίδι θα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει μέχρι να διανύσει μισή περιστροφή.

Η επιτάχυνση του με βάση τις αρχικές σχέσεις (1) και (2) θα είναι $a = \frac{1}{2} g\eta\mu\theta = 3\text{m/s}^2$.

Το μήκος που θα διαγράψει θα είναι $s_1 = \pi R = 1,5\text{m}$



Με βάσει το νόμο του διαστήματος στην επιταχυνόμενη κίνηση θα έχουμε $s_1 = 0,5at^2$ θα βρούμε $t_1 = 1s$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας θα είναι $u_{cm} = at_1 = 3m/s$.

Αμέσως μετά μπαίνει το κομμάτι του δαχτυλιδιού που έχει λειανθεί. Τώρα όμως δεν ισχύει η συνθήκη κύλισης. Έτσι θα αρχίσει και η ολίσθηση. Με την βοήθεια του νόμου του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση θα έχουμε

$$\mu_1 Mg \sin \varphi R = MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ άρα } \alpha_{\gamma\omega\nu} = 8\pi/15 \text{ r/s}^2.$$

Η αρχική γωνιακή του ταχύτητα είναι $\omega_0 = u_{cm}/R = 2\pi \text{ r/s}$.

Η τριβή ολίσθησης επιταχύνει στροφικά το δαχτυλίδι έτσι για την υπόλοιπη μισή στροφή θα ισχύει:

$$\theta = \omega_0 t_2 + 1/2 \alpha_{\gamma\omega\nu} t_2^2 \quad \pi = 2\pi t_2 + 4\pi/15 t_2^2$$

θα βρούμε $t_2 = 0,47s$

Για την μεταφορική κίνηση θα έχουμε

$$Mg \mu \varphi - \mu Mg \sin \varphi = Ma$$

$$\text{θα βρούμε } a = 5,2m/s^2.$$

Με το νόμο της ταχύτητας για την επιταχυνόμενη κίνηση θα έχουμε

$$u_{cmf} = u_{cm} + at_2 \approx 5,44m/s$$

xristoselef@gmail.com