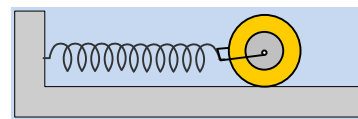


ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ ΤΟΥ Δ ΘΕΜΑΤΟΣ ΤΟΥ 2013

Από ομογενή κύλινδρο μάζας $M = 8 \text{ Kg}$ ακτίνας $R = 0,2 \text{ m}$ και μήκους L αφαιρούμε λιπαίνουμε και επανατοποθετούμε στην αρχική του θέση κύλινδρο ακτίνας $R/2$ που έχει κέντρο το κέντρο του αρχικού κυλίνδρου. Το «τρανζέξουαλ» στερεό (όπως χαρακτηρίστηκε σε σχόλιο του ylikonet.gr) τοποθετείται πάνω σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και δένεται κατάλληλα με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K = 47 \text{ N/m}$ όπως στο παρακάτω σχήμα.



Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του έτσι ώστε το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά $x_0 = 0,2 \text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Παρατηρούμε ότι το χαμηλότερο σημείο του στερεού έχει συνεχώς ταχύτητα 0 ενώ το οριζόντιο ελατήριο είναι κατάλληλα προσαρμοσμένο στο κέντρο του στερεού.

- A) Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του στερεού σε συνάρτηση με το χρόνο αν θετική φορά θεωρηθεί η φορά της αρχικής απομάκρυνσης.
- B) Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ανάμεσα στο στερεό και στο δάπεδο για το οποίο μπορεί το πραγματοποιηθεί το παραπάνω πείραμα.
- Γ) Να βρεθεί η εξίσωση της κινητικής ενέργειας του στερεού σε συνάρτηση του χρόνου και να γίνει η γραφική της παράσταση.

$$I_{\text{cm}} = 0,5MR^2.$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- A) Οι δύο κύλινδροι έχουν την ίδια πυκνότητα και με τη βοήθεια της θα βρεθεί η μάζα του κυλίνδρου που αφαιρέθηκε.

Έτσι

$$M/\pi R^2 L = M'/\pi (R/2)^2 2L$$

μετά τις πράξεις θα βρούμε $M' = 2 \text{ Kg}$

$$I_{\text{κυλινδρου}} = I_{\text{συμπ}} - I_{\text{αφαιρ}} = 0,15 \text{ Kg m}^2.$$

Με την βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα για την μεταφορική και την στροφική κίνηση του στερεού θα έχουμε

$$Kx - T = Ma_{\text{cm}} \quad (1) \quad TR = I_{\text{κυλινδρου}} \alpha_{\text{γων}} \quad (2)$$

και επειδή το κατώτερο σημείο του στερεού έχει συνεχώς ταχύτητα 0 θα ισχύει και $a_{\text{cm}} = \alpha_{\text{γων}} R$ (3)

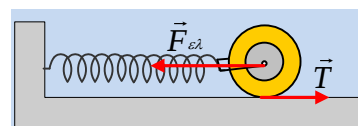
Μετά τις πράξεις θα βρούμε $T = 15x$ (SI) (4)

Θεωρώντας θετική φορά την φορά απομάκρυνσης και για τυχαία θετική θέση θα έχουμε για την ταλάντωση

$$\Sigma F = -Kx + T = -32x \text{ (SI)}$$

Αρα το κέντρο μάζας εκτελεί γ.α.τ. με πλάτος ταλάντωσης την αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου.

Έτσι η εξίσωση απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του στερεού θα έχει μορφή.



$$x=0,2\eta\mu(2t+\pi/2) \text{ (SI)}$$

B) Για να μπορεί να συνεχιστεί η ταλάντωση θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη κύλισης.

$$\text{Δηλαδή } T < \mu N.$$

Με τη βοήθεια της σχέσης (4) θα πρέπει $15x < \mu Mg$ άρα $15x/80 < \mu$ άρα

$$\mu_{\min} = 3/80$$

Γ) Το στερεό έχει συνολική κινητική ενέργεια που θα δίνεται από τη σχέση

$$K_{ολ} = K_{μετ} + K_{περ} = \frac{1}{2} M u_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{κοιλ} \omega^2$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του κέντρου μάζας θα δίνεται από τη σχέση:

$$u_{cm} = 0,4 \sigma \nu (2t + \pi/2) \text{ (SI)}$$

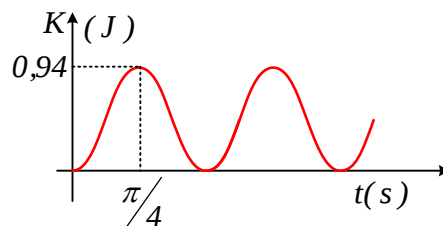
ενώ η εξίσωση της γωνιακής ταχύτητας θα δίνεται από την σχέση

$$\omega = u_{cm}/R = 2 \sigma \nu (2t + \pi/2) \text{ (SI)}$$

Άρα η ολική κινητική ενέργεια θα έχει εξίσωση

$$K_{ολ} = 0,94 \sigma \nu^2 (2t + \pi/2) \text{ (SI)}$$

Ενώ η γραφική της παράσταση θα έχει τη μορφή



xristoselef@gmail.com