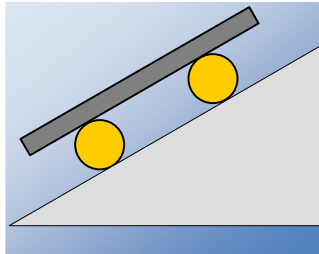


Σανίδα και κύλινδροι.

Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi=30^\circ$ συγκρατούνται ακίνητοι δύο κύλινδροι μάζας $M_1=M_2=1\text{Kg}$. Πάνω στους κυλίνδρους συγκρατούμε μία λεπτή ράβδο μάζας $M_3=2\text{Kg}$ και μεγάλου μήκους.



Την στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο.

- α) Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει ολίσθηση ούτε των κυλίνδρων στο κεκλιμένο επίπεδο αλλά ούτε και της ράβδου πάνω στους δύο κυλίνδρους να βρεθεί η επιτάχυνση της ράβδου αλλά και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας των δύο κυλίνδρων.
- β) Αν την χρονική στιγμή $t_1=5,5\text{sec}$ αφαιρεθεί απότομα η ράβδος να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κάθε κυλίνδρου την χρονική στιγμή $t_2=7\text{s}$.

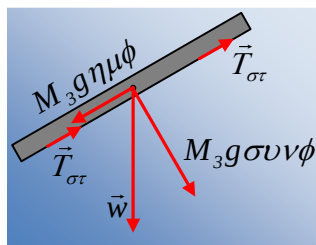
Να υποτεθεί ότι το κεκλιμένο επίπεδο όπως και η ράβδος έχουν αρκετά μεγάλο μήκος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κάθε κυλίνδρου $I_{cm}=0,5MR^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

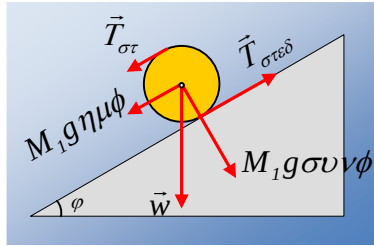
α) Το ανώτερο σημείο του κυλίνδρων έχει γραμμική ταχύτητα διπλάσια από το κέντρο μάζας των κυλίνδρων. Άρα και η ταχύτητα της ράβδου είναι διπλάσια του κέντρου μάζας των δύο κυλίνδρων. Άρα και η επιτάχυνση της ράβδου θα είναι διπλάσια από την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κάθε κυλίνδρου.

Έτσι για την μεταφορική κίνηση της ράβδου θα έχουμε



$$M_3 g \sin \phi - T_{\sigma\tau} - T_{\sigma\tau} = M_3 2a \quad (1)$$

Για τον κάθε κύλινδρο θα έχουμε



από το νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση

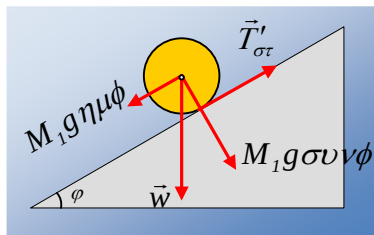
$$M_1 g \sin \phi + T_{\sigma\tau} - T_{\sigma\tau\epsilon\delta} = M_1 a \quad (2)$$

Για τον κάθε κύλινδρο θα έχουμε από το νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση

$$T_{\sigma\tau} R + T_{\sigma\tau\epsilon\delta} R = \frac{1}{2} M_1 R^2 \alpha_{\gamma\omega\omega} \quad \text{ή} \quad T_{\sigma\tau} + T_{\sigma\tau\epsilon\delta} = \frac{1}{2} M_1 a \quad (3)$$

Με την βοήθεια των (1) (2) και (3) θα βρούμε $a = 30/11 \text{ m/s}^2$.

- β) Μετά την αφαίρεση της ράβδου οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε κύλινδρο φαίνονται στο παρακάτω σχήμα



Από του νόμους του Νεύτωνα για την μεταφορική και στροφική κίνηση θα έχουμε

$$M_1 g \sin \phi - T_{\sigma\tau}' = M_1 a' \quad (4) \quad T_{\sigma\tau}' R = 0,5 M_1 R^2 \alpha_{\gamma\omega\omega} \quad (5)$$

με την επίλυση των εξισώσεων θα βρούμε $a' = 10/3 \text{ m/s}^2$.

Την στιγμή που αφαιρέθηκε η σανίδα το κέντρο μάζας του κάθε κυλίνδρου είχε ταχύτητα μέτρου $u_{cm} = at_1 = 15 \text{ m/s}$.

Αρα την στιγμή $t_2 = 7 \text{ sec}$ είχε ταχύτητα $u_{cm}' = u_{cm} + a' \Delta t = 20 \text{ m/s}$.

