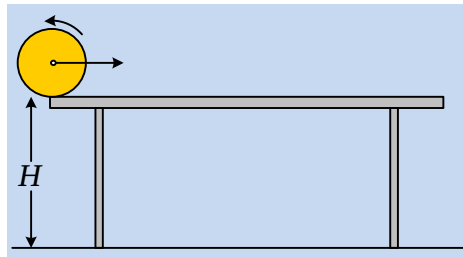


Στη Ζευγαλατιά...

Στη Ζευγαλατιά τη δεκαετία του 70 υπήρχε «το σπίτι του παιδιού» που ήταν μία ανάσα αθλητισμού και πολιτισμού για τους νέους των Σερβίων εκείνης της εποχής. Μέσα «στο σπίτι παιδιού» υπήρχε ένα τραπέζι πινγκ-πονγκ. Εκεί για να αρχίσει το παιχνίδι ο μεγαλύτερος έριχνε πάνω στο τραπέζι το μπαλάκι με τέτοιο τρόπο ώστε τα μπαλάκι να επιστρέψει σε αυτόν και να το κρύψει σε κάποιο χέρι πίσω από την πλάτη του και στη συνέχεια να ρωτήσει τον αντίπαλο του σε ποιο χέρι έχει κρυμμένο το μπαλάκι. Αυτή ήταν η αρχή του παιχνιδιού.....

Για να δούμε αναλυτικά μία άσκηση με πολλούς - πολλούς συνειρμούς....

Μπαλάκι του πινγκ-πονγκ μάζας 20gr και ακτίνα $r=3\text{cm}$ μπορεί να θεωρηθεί λεπτός σφαιρικός φλοιός με ροπή αδράνειας $I_{\text{cm}}=2/3mr^2$. Πιέζοντας στιγμιαία και κατάλληλα το μπαλάκι με το χέρι μας καταφέρνουμε να δώσουμε στο κέντρο μάζας του μπαλακίου αρχική ταχύτητα οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_{\text{cm}}=1\text{m/s}$ και την ίδια στιγμή αρχική αριστερόστροφη γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=100\text{r/s}$ ακριβώς στην άκρη του τραπέζιου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Αν συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu=0,1$ και το ύψος του τραπέζιου είναι $H=1\text{m}$ να βρεθούν:

- Α) Η ελάχιστη χημική ενέργεια που ξόδεψε ο Ζευγαλατιανός για να θέσει σε κίνηση το μπαλάκι.
- Β) Η μέγιστη απόσταση που θα απομακρυνθεί το μπαλάκι πάνω στο τραπέζι. Είναι ακίνητο εκείνη τη στιγμή;
- Γ) Ποια η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής την στιγμή που επιστέφει το μπαλάκι στην αρχική θέση.
- Δ) Την τελική κινητική ενέργεια του μπαλακίου όταν αυτό φτάσει στο έδαφος.

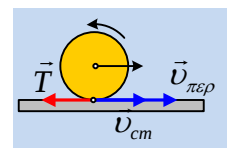
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Α) Την στιγμή της εκτόξευσης το μπαλάκι έχει κινητική ενέργεια περιστροφής και κινητική ενέργεια μεταφοράς. Τις ενέργειες αυτές τις έδωσε ο άνθρωπος που εκτόξευσε το μπαλάκι άρα με την βοήθεια της ΑΔΕ

$$E_{\text{χημ}} = \frac{1}{2} M v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = 0,07\text{J}$$

- Β) Την στιγμή της εκτόξευσης το κατώτερο σημείο του μπαλακίου θα έχει συνολική ταχύτητα

$$v_{\text{κατώτερου}} = v_{\text{cm}} + v_{\text{περ}} = 1 + 3 = 4\text{m/s}$$



Έτσι θα αναπτυχθεί τριβή ολίσθησης $T_{\text{ολ}} = \mu N = 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10 = 0,02\text{N}$

Η τριβή ολίσθησης θα επιβραδύνει στροφικά και μεταφορικά το μπαλάκι. Με τη βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα για την στροφική και μεταφορική κίνηση θα έχουμε

$$T_{ολ}R = I\alpha_{γων} \text{ άρα } \alpha_{γων} = 50\text{r/sec}^2 \text{ και } T_{ολ} = ma \text{ άρα } a = 1\text{m/s}^2.$$

Το μπαλάκι θα πάψει να απομακρύνεται πάνω στο τραπέζι όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του θα μηδενιστεί. Έτσι $u = u_{cm} - at$ θα βρούμε $t = 1\text{s}$.

Με βάση το νόμο του διαστήματος θα έχουμε $S_{max} = u_{cm}t - 1/2at^2 = 0,5\text{m}$.

Η γωνιακή ταχύτητα του μπαλακίου εκείνη τη στιγμή θα είναι $\omega = \omega_0 - \alpha_{γων}t = 50\text{r/s}$. Δηλαδή το μπαλάκι συνεχίζει ακόμη να περιστρέφεται αριστερόστροφα.

Γ) Παρατηρούμε ότι το χαμηλότερο σημείο του μπαλακίου την στιγμή της μέγιστης απομάκρυνσης συνεχίζει να έχει ταχύτητα προς τα δεξιά άρα η τριβή συνεχίζει να είναι ολίσθησης και συνεχίζει να είναι προς τα αριστερά. Έτσι τώρα το μπαλάκι συνεχίζει να επιβραδύνεται στροφικά αλλά τώρα αρχίζει να επιταχύνεται μεταφορικά προς τα αριστερά.

Επειδή το μπαλάκι επιστρέφει προς τα πίσω πιθανόν κάποια στιγμή να αρχίσει η καθαρή κύλιση. Αυτό θα συμβεί αν η ταχύτητα του κατώτερου σημείου γίνει 0.

Αυτό θα ισχύει όταν $v_{cm} = v_{περ}$ άρα $at' = (\omega - \alpha_{γων}t')R$ άρα $1 \cdot t' = (50 - 50t')0,03$ άρα $t' = 0,6\text{s}$

Αυτό θα συμβεί όταν το κέντρο μάζας του σώματος έχει διανύσει διάστημα $S_2 = 1/2at'^2 = 0,18\text{m}$ προς τα πίσω. Έτσι το μπαλάκι δεν προλαβαίνει να γυρίσει στην αρχική του θέση και αρχίζει η καθαρή κύλιση.

Η κίνηση του μπαλακίου από εκεί και μετά θα είναι καθαρή κύλιση με σταθερή ταχύτητα του κέντρου μάζας $v_{cmτελ} = a \cdot t' = 0,6\text{m/s}$ και σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου

$$\omega_{τελ} = \omega_{αρχ} - \alpha_{γων}t' = 20\text{r/s}.$$

Δ) Με εφαρμογή της ΑΔΕ για την πτώση του μπαλακίου στο έδαφος θα έχουμε

$$\frac{1}{2} M u_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + Mgh = K_{εδ} \text{ άρα } K_{εδ} = 0,206\text{J}$$

Η άσκηση αφιερώνεται σε όλα εκείνα τα παιδιά που έπαιζαν με τις ώρες....

xristoselef@gmail.com