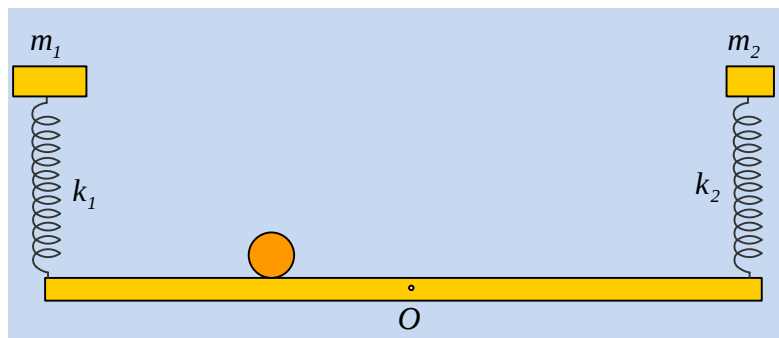


ΤΡΕΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ.

Στα δύο άκρα μιας μη ομογενούς λείας ράβδου και μάζας $M=6\text{Kg}$ μήκους $L=4\text{m}$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το κέντρο της με την βοήθεια ακλόνητου οριζόντιου άξονα O δένουμε δύο κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές $K_1=400\text{N/m}$ και $K_2=100\text{N/m}$. Στο πάνω μέρος των δύο ελατηρίων στερεώνουμε δύο μάζες $m_1=4\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αντίστοιχα. Στο κέντρο της ράβδου υπάρχει τρίτη σημειακή μάζα $m_3=6\text{kg}$ που μπορεί να εκτελεί οριζόντια ταλάντωση με εξίσωση $x=\eta\mu(10t+3\pi/2)$ (SI) με θέση ισορροπίας τον άξονα περιστροφής της οριζόντιας ράβδου.



Την χρονική στιγμή $t=0$ φέρνουμε τα δύο ελατήρια στο φυσικό τους μήκος αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο ενώ το m_3 αρχίζει να εκτελεί την ταλάντωση του. Αν το κέντρο μάζας της ράβδου βρίσκεται $d_1=1\text{m}$ από το κέντρο της και προς το δεύτερο ελατήριο:

A) Να αποδείξετε ότι η ράβδος συνεχίζει να μένει οριζόντια.

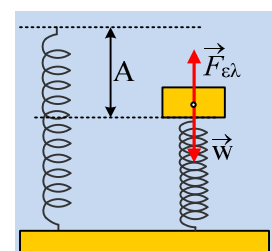
B) Να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης που δέχεται το καρφί που στηρίζει την ράβδο στον άξονα περιστροφής της και να γίνει η γραφικής παράσταση.

Γ) Αν οι τρεις παραπάνω ταλαντώσεις των σωμάτων m_1, m_2 & m_3 γινόταν ταυτόχρονα από ένα σώμα γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας ποια η συνολική εξίσωση ταλάντωσης του σώματος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Για το κάθε σώμα πάνω στο ελατήριο θα έχουμε από την σχέση ισορροπίας $Mg=KA$ (1) από την σχέση αυτή θα έχουμε $A_1=A_2=0,1\text{m}$. Την στιγμή $t=0$ και οι δύο ταλαντωτές βρίσκονται σε ακραία θέση της ταλάντωσης τους άρα η κάθε εξίσωση απομάκρυνσης θα έχει μορφή:

$$x_1=x_2=0,1\eta\mu(10t+\pi/2) \text{ (SI)}$$

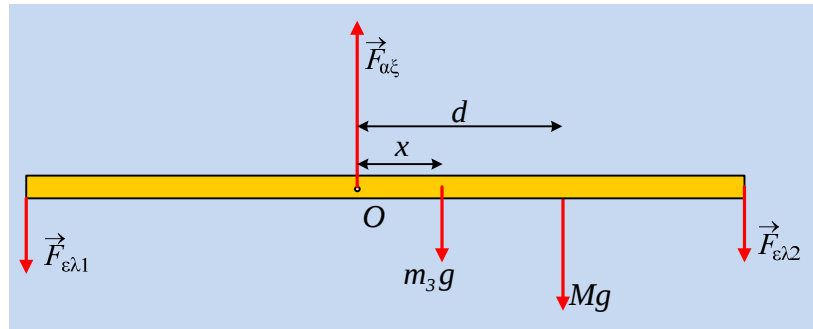


Έτσι η δύναμη του ελατηρίου θα βρεθεί από την εξίσωση $F_{ελ}-Mg=-Kx$ άρα για κάθε ελατήριο θα

έχουμε τη σχέση:

$$F_{ελ1}=40-40\eta\mu(10t+\pi/2) \quad \& \quad F_{ελ2}=10-10\eta\mu(10t+\pi/2) \quad (\text{S.I.})$$

Παρατηρούμε ότι οι δυνάμεις των ελατηρίων είναι συνεχώς θετικές και για την ράβδο έχουν φορά προς τα κάτω. Για να ισορροπεί το σύστημα θα πρέπει η συνολική ροπή όλων των δυνάμεων να είναι ίση συνεχώς με το 0 όπως προς οποιαδήποτε άξονα του επιπέδου. Έτσι για τυχαία χρονική στιγμή και με βάση το παρακάτω σχήμα θα έχουμε

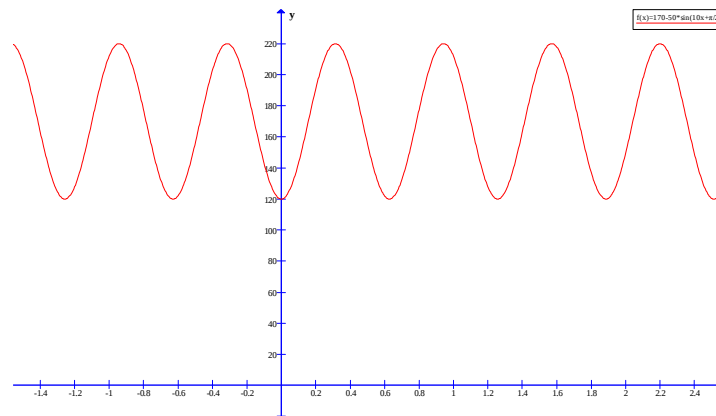


$$-F_{ελ2}L/2 -Mgd_1 -m_3gx +F_{ελ1}L/2 = -20 + 20\eta\mu(10t+\pi/2) -60 -60\eta\mu(10t+3\pi/2) +80 -80\eta\mu(10t+\pi/2) = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

B) Η δύναμη από το καρφί θα βρεθεί από την ισορροπία στον άξονα των $\psi\psi'$

$$F_{αξονα} = F_{ελ1} + m_3g + Mg + F_{ελ2} = 170 - 50\eta\mu(10t+\pi/2) \quad (\text{SI})$$

Η γραφική παράσταση θα έχει μορφή



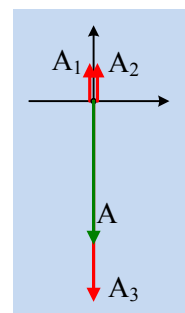
Γ) Η εξίσωση ταλάντωσης της κάθε μία μάζας έχει την μορφή

$$x_1 = 0,1\eta\mu(10t+\pi/2) \quad x_2 = 0,1\eta\mu(10t+\pi/2) \quad \& \quad x_3 = 1\eta\mu(10t+3\pi/2)$$

και από το διάγραμμα των πλατών θα βλέπαμε

Έτσι η ολική εξίσωση ταλάντωσης του σημείου θα είχε μορφή:

$$x_{ολ} = 0,8\eta\mu(10t+3\pi/2) \quad (\text{SI})$$



xristoselef@gmail.com