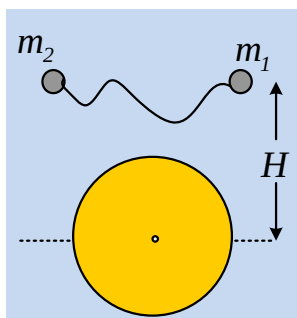


Τέντωμα νήματος.

Κύλινδρος μάζας $M=2\text{kg}$ και ακτίνας $R=1/\pi \text{ m}$ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Δύο σημειακά σώματα με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=1\text{kg}$ αφήνονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2R$ και σε ύψος $H=0,4\text{m}$ πάνω από τον άξονα της τροχαλίας όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες είναι ενωμένες με αβαρές μη ελαστικό σκοινί μήκους $L=1,8\text{m}$.



Την στιγμή $t=0$ αφήνουμε ελεύθερες ταυτόχρονα τις δύο σημειακές μάζες. Να βρεθούν:

- α) Η χρονική στιγμή θα τεντώσει το νήμα
- β) Το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος αμέσως μετά το τέντωμα του νήματος.
- γ) Η απώλεια ενέργειας του συστήματος εξαιτίας του τεντώματος του νήματος
- δ) Η χρονική στιγμή θα συμβεί κρούση ενός από τα δύο σημειακά σώματα με τον κύλινδρο.

Να θεωρηθεί ότι μετά το τέντωμα του σκοινιού το σκοινί δεν ολισθαίνει πάνω στον κύλινδρο και ότι το τέντωμα του σκοινιού διαρκεί ελάχιστα.

$$I_{\text{cm}} = 0,5MR^2.$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- α) Οι σημειακές μάζες όσο το νήμα είναι χαλαρό εκτελούν ελεύθερη πτώση το νήμα θα τεντώσει όταν θα έχει τυλιχθεί κατά $\pi R=1\text{m}$ στο κύλινδρο άρα θα απομένουν σε κάθε άκρο του κυλίνδρου:

$$x = (L - \pi R)/2 = 0,4\text{m}.$$

Έτσι το συνολικό κατακόρυφο μήκος που θα διατρέξει η κάθε σημειακή μάζα θα είναι:

$$H_{\text{ολ}} = H + x = 0,8\text{m}.$$

Από τον νόμο του διαστήματος για την ελεύθερη πτώση θα έχουμε $H_{\text{ολ}} = 1/2gt^2$ άρα $t=0,4\text{s}$.

- β) Το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος θα είναι $u_1=u_2=gt=4\text{m/s}$.

Για το τέντωμα του νήματος μπορούμε να εφαρμόσουμε ΑΔΣ

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \quad m_1 u_1 R - m_2 u_2 R = (m_1 + m_2) u_{\text{συσ}} R + 1/2 MR^2 u_{\text{συσ}} / R$$

μετά τις πράξεις θα βρούμε

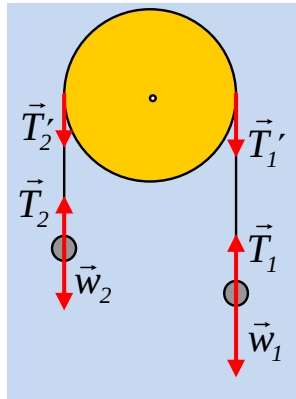
$$u_{\text{συσ}} = 1\text{m/s}.$$

- γ) Με την βοήθεια της ΑΔΕ για μία στιγμή πριν και μία μετά το τέντωμα του νήματος θα έχουμε:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_{\text{συσ}}^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2 + Q_{\text{απ}}$$

μετά από πράξεις θα βρούμε $Q_{\text{απ}} = 22\text{J}$

δ) Για την κίνηση των σωμάτων μετά το τέντωμα του νήματος θα έχουμε



με την βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα για την στροφική και μεταφορική κίνηση θα έχουμε

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (1) \quad T_2 - m_2 g = m_2 a \quad (2) \quad T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

και μετά τις πράξεις $a = 2,5 \text{ m/s}^2$

Το σημειακό σώμα μάζας m_2 κινείται προς τα πάνω και αφού διανύσει διάστημα $x = 0,4 \text{ m}$ θα συγκρουστεί με τον κύλινδρο. Έτσι με την βοήθεια του νόμου του διαστήματος για την επιταχυνόμενη κίνηση θα έχουμε

$$x = u_{\text{συσ}} \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

θα βρούμε μετά από πράξεις $\Delta t = 0,29 \text{ s}$

Αρα η κρούση του σώματος με μάζα m_2 με τον κύλινδρο θα συμβεί την χρονική στιγμή

$$t_{\text{ολ}} = 0,69 \text{ s}$$

xristoselef@gmail.com