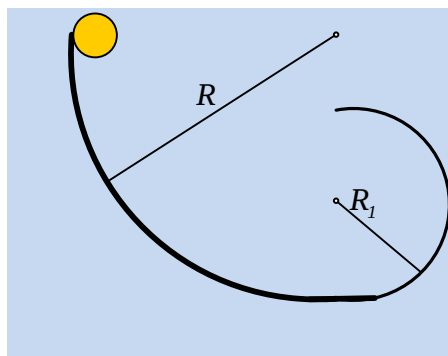


Τεταρτοκύκλιο και ημισφαίριο.

Από το ανώτερο άκρο ενός μη λείου κατακόρυφου τεταρτοκύκλιου ακτίνας $R=0,95\text{m}$ αφήνουμε ένα λεπτό δαχτυλίδι ακτίνας $r=0,05\text{m}$ και μάζας $m=170\text{g}$. Το δαχτυλίδι αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και φτάνοντας στο χαμηλότερο σημείο του τεταρτοκυκλίου μπαίνει σε λείο κατακόρυφο ημικύκλιο ακτίνας R_1 όπου εκεί το δαχτυλίδι μόλις και εκτελεί ανακύκλωση.



Να βρεθούν:

- A) Η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του δαχτυλιδιού.
- B) Η ακτίνα του λείου ημικυκλίου R_1 .
- Γ) Η δύναμη που δέχεται το δαχτυλίδι από το ημικύκλιο όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι κατακόρυφη.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του δαχτυλιδιού θα συμβεί στη θέση όπου η δυναμική του ενέργεια του δαχτυλιδιού θα είναι ελάχιστη και αυτό θα συμβεί την στιγμή που το δαχτυλίδι μπαίνει στο ημικύκλιο. Με την βοήθεια της ΑΔΕ από την αρχική ψηλότερη θέση στην κατώτερη θέση θα έχουμε

$$mgR = \frac{1}{2} m u_{cmmax}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + mgr$$

$$\text{άρα } mgR = \frac{1}{2} m u_{cmmax}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 + mgr \quad \text{άρα}$$

$$u_{cmmax} = 3\text{m/s.}$$

B) Για να μπορέσει το δαχτυλίδι μόλις να κάνει ανακύκλωση στο λείο ημικύκλιο θα πρέπει να φτάσει στο ανώτερο σημείο του ημικυκλίου έχοντας μία ελάχιστη ταχύτητα. Με την βοήθεια της κεντρομόλου δύναμης στο ανώτερο σημείο θα έχουμε

$$N + mg = m \frac{u_{cm}^2}{R_1 - r}$$

Για τη δύναμη που δέχεται το δαχτυλίδι από το ημικύκλιο πρέπει να ισχύει $N \geq 0$ άρα

$$u_{cm} \geq \sqrt{g(R_1 - r)}$$

άρα η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας του κέντρου μάζας θα είναι:

$$u_{cmmin} = \sqrt{g(R_1 - r)}$$

Μπαίνοντας το δαχτυλίδι στο λείο ημικύκλιο έχει πλέον σταθερή γωνιακή ταχύτητα μιας και δεν υπάρχουν δυνάμεις που να προκαλούν ροπή στο δαχτυλίδι. Έτσι με την βοήθεια της ΑΔΕ από το χαμηλότερο σημείου του ημικυκλίου στο ψηλότερο θα έχουμε

$$mgr + \frac{1}{2} m u_{cmmax}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = mg(2R_1 - r) + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m u_{cmmin}^2$$

μετά τις πράξεις $R_1 = 0,23m$

Γ) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δαχτυλιδιού θα γίνει κατακόρυφη όταν το δαχτυλίδι θα έχει διατρέξει το μισό ημικύκλιο. Έτσι με τη βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε:

$$mgr + \frac{1}{2} m u_{cmmax}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = mgR_1 + \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m u_{cm1}^2$$

θα βρούμε $u_{cm1} = \sqrt{5,4} \text{ m/s}$.

Με την βοήθεια της κεντρομόλου δύναμης θα βρούμε την δύναμη που ασκεί το ημικύκλιο στο δαχτυλίδι

$$N_1 = \frac{m u_{cm1}^2}{R_1 - r} = 5,4 N$$

xristoselef@gmail.com