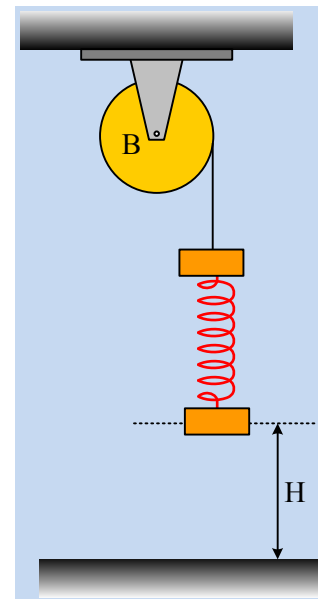


Τροχαλία και ελατήρια.

Γύρω από τροχαλία μάζας $M=4\text{Kg}$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα έχουμε τυλίξει πολλές φορές μη ελαστικό νήμα. Το άλλο άκρο του νήματος δένουμε σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ και αυτό το δένουμε σε ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K=100\text{N/m}$ και στο κάτω άκρο του ελατηρίου στερεώνουμε δεύτερο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

Τη στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο ενώ το ελατήριο είναι αρχικά επιμηκυσμένο κατά x_1 ενώ παρατηρούμε ότι στην διάρκεια της πτώσης του συστήματος το ελατήριο διατηρεί συνεχώς την αρχική του επιμήκυνση. Μετά από πτώση $H=1,6\text{m}$ το κάτω σώμα μάζας m συγκρούεται τελείως πλαστικά και ακαριαία με το έδαφος. Εκείνη τη στιγμή κόβουμε το νήμα. Να βρεθούν:



α) Η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου

β) Η μέγιστη κινητική ενέργεια της τροχαλίας

γ) Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος που βρίσκεται στο πάνω μέρος του ελατηρίου με την προϋπόθεση ότι η ταλάντωση θα συνεχιζόταν ομαλά.

δ) Αν θέλουμε η ταλάντωση του σώματος να εξελίσσεται κανονικά θα πρέπει ή όχι να προσθέσουμε κόλλα κατά την στιγμή της πλαστικής κρούσης του σώματος με το δάπεδο;

$$I_{\text{cm}} = 0,5MR^2.$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Η απόσταση των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή. Έτσι τα δύο σώματα θα έχουν κοινή επιτάχυνση.

Με την βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση των σωμάτων και την στροφική κίνηση της τροχαλίας θα έχουμε

$$mg - Kx_1 = ma \quad (1) \quad mg + Kx_1 - T = ma \quad (2) \quad TR = 0,5MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

μετά την λύση του συστήματος θα έχουμε $a = 5\text{m/s}^2$ & $x_1 = 0,05\text{m}$

β) Από το νόμο του διαστήματος για την επιταχυνόμενη κίνηση θα έχουμε $H = \frac{1}{2}at^2$ θα βρούμε $t = 0,8\text{s}$ άρα $u = at = 4\text{m/s}$

Άρα η κινητική ενέργεια της τροχαλίας θα είναι $K_{\text{tr}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = 16\text{J}$

γ) Την ώρα της κρούσης το σώμα μάζας m έχει ταχύτητα $u = 4\text{m/s}$ και βρίσκεται σε θέση όπου το ελατήριο είναι επιμηκυσμένο κατά $x_1 = 0,05\text{m}$. Η θέση όμως ισορροπίας του βρίσκεται στη θέση

$mg = Kx_2$ με $x_2 = 0,1\text{m}$ με το ελατήριο όμως συσπειρωμένο οπότε με την βοήθεια της ΑΔΕΤ θα έχουμε

$$\frac{1}{2} K(x_1 + x_2)^2 + \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} KA^2$$

θα βρούμε $A = 0,43\text{m}$

δ) Παρατηρώ ότι το ελατήριο μπορεί να επιμηκυνθεί μέγιστα κατά $x_{\text{ελmax}} = A - x_2 = 0,33\text{m}$. Άρα στο κάτω σώμα θα μπορούσε να εφαρμοστεί μέσω του ελατηρίου μέγιστη δύναμη $F_{\text{ελmax}} = 33\text{N}$. Η δύναμη αυτή είναι όμως μεγαλύτερη από το βάρος του σώματος $W = mg = 10\text{N}$. Έτσι τελικά το σύστημα θα ανασηκωνόταν και δεν θα υπήρχε συνέχεια στην ταλάντωση. Άρα αν θέλω να συνεχιστεί η ταλάντωση θα πρέπει να βάλουμε την στιγμή της κρούσης ποσότητα κόλλας....

xristoselef@gmail.com