

Κρούση ράβδου με μπαλάκι

Λεπτότατη ράβδος μήκους $L=0,1\text{m}$ και μάζας M ισορροπεί κατακόρυφη πάνω σε ένα λείο οριζόντιο έδαφος. Σημειακό σώμα μάζα m κινείται στο οριζόντιο έδαφος κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u . Κάποια στιγμή το σημειακό σώμα συγκρούεται ακαριαία και ελαστικά με το κάτω άκρο της ράβδου. Αμέσως μετά την κρούση το σημειακό σώμα σταματάει ενώ όταν η ράβδος χτυπάει στο έδαφος έχει τουλάχιστον δύο σημεία επαφής με αυτό.

Να βρεθούν:

- A) Ποια η σχέση των δύο μαζών ράβδου και σημειακού σώματος.
 B) Ποια η ταχύτητα u του σημειακού σώματος.
 Γ) Αν η μάζα του σημειακού σώματος είναι $m=1\text{kg}$ να βρεθεί η συνολική κινητική ενέργεια της ράβδου τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
 $I_{\text{cm}}=1/12 ML^2$ $\pi=3,14$ και $g=10\text{m/s}^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Με την βοήθεια της ΑΔΟ θα έχουμε

$$mu = Mu_{\text{cm}} \quad \text{άρα } u_{\text{cm}} = mu/M \quad (1)$$

Με την βοήθεια της ΑΔΣ θα έχουμε

$$mu \frac{\ell}{2} = \frac{1}{12} M \ell^2 \omega \quad \text{άρα } \omega = \frac{6mu}{M\ell} \quad (2)$$

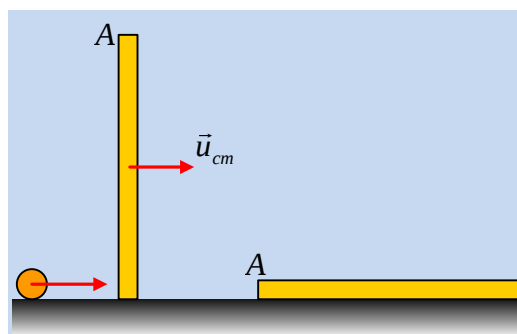
Με την βοήθεια της ΑΔΕ για το σύστημα θα έχουμε

$$\frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} Mu_{\text{cm}}^2 \quad (3)$$

Με την αντικατάσταση της σχέσης (1) και (2) στην σχέση (3) θα βρούμε

$$M=4m$$

- B) Η μοναδική δύναμη που ασκείται στη ράβδο είναι το βάρος της που δεν μπορεί να προκαλέσει ροπή. Έτσι η γωνιακή της ταχύτητα παραμένει σταθερή. Το κέντρο μάζας της ράβδου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα u_{cm} .



Για να φτάσει η ράβδος να χτυπήσει στο έδαφος έχοντας τουλάχιστον δύο σημεία επαφής με αυτό θα πρέπει η ράβδος να χτυπήσει ολόκληρη ταυτόχρονα στο έδαφος και να έχει εκτελέσει $\theta=\pi/2$.

Ο χρόνος πτώσης θα βρεθεί από τη σχέση $\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2} g t^2$ άρα $t = \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (4)

Από τη σχέση της γωνίας $\theta = \omega t$ άρα $\pi/2 = 6\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} / ML$ και μετά από πράξεις $u = \pi/3$ m/s.

Γ) Με την βοήθεια της ΑΔΕ για το σύστημα θα έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{ραβ} = K_{τελ}$$

δηλαδή

$$\frac{1}{2} m u^2 + M g \frac{\ell}{2} = K_{τελ} \quad \text{άρα } K_{τελ} = 2,55 J$$

xristoselef@gmail.com