

Αναλύοντας τον ορισμό της απλής αρμονικής ταλάντωσης

Το θεωρώ ανάγκη να ομολογήσω ότι από αυτή την κουβέντα σχετικά με τον ορισμό της απλής αρμονικής ταλάντωσης πήρα πολλά. Και χαίρομαι που παρά τις έντονες αντιπαραθέσεις μας συνεχίσαμε, γιατί είμαι αισιόδοξος ότι στο τέλος, θα καταλήξουμε.

Σπεύδω όμως να τονίσω ότι

- **Δεν αναζητάμε ορισμό της απλής αρμονικής ταλάντωσης, μιας και αυτός υπάρχει πολύ πιο πριν από εμάς.**

(Αλίμονο αν μια ομάδα φυσικών, κάπου στην Ελλάδα, έβγαζε τώρα δικούς της ορισμούς για την απλή αρμονική ταλάντωση και για ... «τοπική» κατανάλωση)

- **Κύριος σκοπός αυτής της συζήτησης και συνεπώς της εργασίας μου,** είναι **να αναδείξει** την εννοιολογική και μαθηματική αυστηρότητα του ορισμού της απλής αρμονικής ταλάντωσης, **να καταγράψει** τις οριοθετήσεις του ορισμού ώστε να αποφεύγονται τα λάθη και **να εντοπίσει** τους κινδύνους, όταν λιγοστεύουν οι απαιτήσεις μας για τη χρήση μιας σωστής γλώσσας στη Φυσική.
- **Δευτερεύων στόχος της εργασίας αυτής είναι να υπενθυμίσει ότι η καταξίωση ή όχι του μοντέλου του απλού αρμονικού ταλαντωτή** δε μετράται μόνο από το πλήθος των φαινομένων που φιλοδοξεί να περιγράψει στην καθημερινή μας ζωή, αλλά και από τη δυναμική του να επεκτείνεται το ίδιο ή να επεκτείνει τη μεθοδολογία του και σε άλλες περιοχές της Φυσικής. Η αξία του μετράται και από την υποστήριξη της ερμηνείας και μαθηματικής περιγραφής που παρέχει σε άλλα φαινόμενα, καθώς και από την δυνατότητα μιας άλλης εννοιολογικής και φορμαλιστικής περιγραφής της Φύσης, πολλά υποσχόμενης και ικανής να κάνει τη ματιά μας πιο διεισδυτική και τον Κόσμο πολύ πιο ανάγλυφο!!!

Για την εργασία μου αυτή διάβασα τα επιχειρήματα, τα ερωτήματα, τα προβλήματα και τους προβληματισμούς που έθεσαν οι συνάδελφοι, καθώς και τις εξαιρετικές κωδικοποιήσεις των όσων λέγαμε που έκανε κατά καιρούς ο Διονύσης (Μητρόπουλος). Με βοήθησαν πολύ.

Κάποτε προσπάθησα κι εγώ να κάνω μια κωδικοποίηση για την α.α.τ., αλλά με πρόλαβε ο Νίκος (ο Ανδρεάδης) και τη σταμάτησα, γιατί θα επαναλάμβανα αυτά που έλεγε.

Από το τελευταίο κείμενο του Διονύση (καθ' όλα συγκροτημένο και δυνατό) κρατώ αυτά που πιστεύω ότι μπορούν να οδηγήσουν σε έναν πυρήνα σύγκλισης:

«...Ας δούμε λοιπόν τι είναι αυτό που «λείπει» και καλείται να το καλύψει ο ορισμός της ΑΑΤ. «Κινηματικό» έλλειμμα νομίζω ότι δεν υπάρχει αφού καλυπτόμαστε από τους όρους της ΓΑΤ και της ΣΑΤ. Υπάρχει η άποψη ότι το «απλή» μπορεί να σημαίνει «που δεν αναλύεται σε απλούστερες». Ομολογώ ότι κι εγώ είχα στο μυαλό μου πιο παλιά κάτι τέτοιο (παρόλο που έκανα τον έξυπνο στο Γιάννη με την ανάλυση Fourier. Η πληροφορία αυτή καλύπτεται όμως από τον όρο «αρμονική» (ημιτονοειδής) και θα ήταν περιττός πλεονασμός να χρησιμοποιούμε το «απλή» με την ίδια σημασία.

Εκείνο που μένει λοιπόν, και είναι και το σημαντικότερο πιστεύω για την κατανόηση του μηχανισμού της ταλάντωσης, είναι η **φύση των δυνάμεων που τη προκαλούν**, ώστε να μπορεί να συντηρείται και να επαναλαμβάνεται ασταμάτητα από μόνη της....

.....
Η ΑΑΤ είναι το μαθηματικό μοντέλο της κίνησης του ΑΑΤαλαντωτή. Η ιδιότητα της ελαστικότητας εκφράζεται μέσω της πεδιακής δύναμης $F = -D \cdot x$ ή και της συνθήκης $dU = -F \cdot dx$.

Στο σημείο αυτό συμφωνώ απόλυτα με τον Θρασύβουλο και με την επιμονή του να είναι αυστηρός και τυπικός στην μαθηματική περιγραφή του μοντέλου. Έτσι οφείλουμε να κάνουμε ώστε να δημιουργούμε σταθερά πρότυπα και σημεία αναφοράς, που είναι τα εργαλεία μας με τα οποία προσπαθούμε να κατανοήσουμε και να περιγράψουμε τον κόσμο...»

Όρους έχουμε για χρήση και «κινηματικό» έλλειμμα δεν υπάρχει.

Υπάρχει γραμμική αρμονική ταλάντωση, που συμφωνώ να την ξεχωρίσουμε από την απλή αρμονική ταλάντωση. Υπάρχει στροφική αρμονική ταλάντωση. Υπάρχει όμως και η απλή αρμονική ταλάντωση.

Μπορούμε επίσης να δεχτούμε και έναν πιο γενικό διαχωρισμό που είχε προτείνει παλιότερα ο Διονύσης ο Μάργαρης, σε αρμονικές ταλαντώσεις με εξίσωση $x = A \sin(\omega t + \phi)$ και σε απλή αρμονική ταλάντωση.

Όροι σαφώς και υπάρχουν. Γι' αυτό θέλω να υπενθυμίσω ότι δεν είμαι παθιασμένος με το όνομα «απλή αρμονική ταλάντωση», αλλά με τα «προικιά» που κουβαλά το όνομα αυτό και τα οποία «προικιά» δεν πρέπει να τα αγνοήσουμε.

Δεν πάει να λέγεται και **βαμμένη κόκκινη ταλάντωση**. Δεν είναι αυτό κάτι που με ενδιαφέρει. Εκείνο όμως που επιμένω, είναι ότι αν μια κίνηση λέγεται βαμμένη κόκκινη ταλάντωση και είναι προικισμένη με κάποια χαρακτηριστικά («προικιά»), αυτά τα χαρακτηριστικά όχι μόνο δεν πρέπει να τα θεωρούμε ρευστά και διαπραγματεύσιμα, αλλά αντιθέτως πρέπει να αντικρίσουμε την αξία τους και να τα προφυλάξουμε από κάθε κίνδυνο αλλοίωσης.

Οι ορισμοί μπορεί να είναι αυθαίρετοι, όπως είπε ο Βαγγέλης και συμφωνώ απόλυτα μαζί του, αλλά πρέπει να είναι αυστηρότατοι, γιατί εγγυώνται τη γλώσσα μας και όχι την τοπική μας διάλεκτο. Οι ορισμοί πρέπει να είναι χρήσιμοι και όχι διαβρωτικοί και άμορφοι. **Οι ορισμοί προορίζονται για να δημιουργούν κείμενα Φυσικής.**

Ας την πούμε λοιπόν όπως θέλουμε την κίνηση της οποίας τον ορισμό θέλουμε να αναλύσουμε. Αλλά ό,τι πούμε πρέπει να το τηρήσουμε με μαθηματική αυστηρότητα. Αλλιώς πολύ γρήγορα θα στριμωχτούμε στα ίδια λάθη και στις ίδιες ατέλειωτες συζητήσεις.

Θα ξεκινήσω από τη φράση κλειδί του Διονύση Μητρόπουλου:

«...το σημαντικότερο για την κατανόηση του μηχανισμού της α.α.ταλάντωσης, είναι η φύση των δυνάμεων που τη προκαλούν...»

Η «φύση των δυνάμεων» λοιπόν. Παίρνοντας όμως υπόψη μου τα λόγια του Λάμπρου (Θεοδώρου) που με προβλημάτισε με τις ερωτήσεις του (και που θα ήθελα κάποια στιγμή να απαντήσω, γιατί είναι πολύ σημαντικά όσα θέτει), θα ήθελα σε πρώτο βήμα να αλλάξω λίγο αυτή τη φράση. Όχι «φύση των δυνάμεων», αλλά «μορφή των δυνάμεων».

Το «φύση δυνάμεων» θα φέρει πιθανώς στο προσκήνιο τις πηγές αυτών των δυνάμεων και μετά τα πεδία βαρύτητας, ηλεκτροστατικά κ.λ.π.

Σε αυτή τη φάση όμως εμείς, δε ψάχνουμε ούτε για τη φύση, ούτε για τις πηγές των δυνάμεων που ελέγχουν την α.α.τ. Εμείς ψάχνουμε τη μορφή τους.

Η δύναμη επαναφοράς δεν είναι δύναμη κάποιας ορισμένης φύσης, αλλά μορφή που μπορούν να εξασφαλίσουν δυνάμεις διαφόρων φύσεων και «μηχανισμών».

Το λέω αυτό, γιατί η κίνηση ενός υλικού σημείου εύκολα μπορεί να πληροί όλες τις προϋποθέσεις για να χαρακτηριστεί α.α.τ. είτε είναι σε πεδία δυνάμεων φύσης ηλεκτροστατικής, είτε είναι σε πεδία δυνάμεων φύσης βαρυτικής, είτε σε συνδυασμούς αυτών, είτε ... είτε...

Θα μου επιτρέψεις λοιπόν Διονύση να ξαναδιατυπώσω τη φράση σου, συμπληρώνοντας και κάτι ακόμη, που θα γίνει κατανοητό παρακάτω

«...το σημαντικότερο για την κατανόηση του μηχανισμού της απλής αρμονικής ταλάντωσης, είναι η μορφή και οι ιδιότητες των δυνάμεων που την προκαλούν...»

Η μορφή των δυνάμεων λοιπόν και οι ιδιότητές τους είναι εκείνα που θα διαφυλάξουν τον ορισμό και όλα τα χαρακτηριστικά («τα προικιά» δηλαδή) της απλής αρμονικής ταλάντωσης και που αν δεν προσέξουμε ή αν είμαστε ελαστικοί στις απαιτήσεις μας, η κίνηση θα μας ξεφύγει πάλι.

Ας δούμε τα χαρακτηριστικά της α.α.τ. (τα «προικιά» της δηλαδή), συγκεντρωμένα στο παρακάτω **«πακέτο»**.

Το πακέτο (με τα χαρακτηριστικά της α.α.τ.)

1. Η (συνισταμένη) δύναμη που ελέγχει μια α.α.τ. είναι της μορφής $F(x) = -Dx$. Κατά συνέπεια είναι χωροεξαρτώμενη και λόγω της μορφής της, συντηρητική. Όπως όλες οι συντηρητικές δυνάμεις, η $F(x)$ συνδέεται με την έννοια της δυναμικής ενέργειας $U(x)$, μέσω της σχέσης $F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$
2. Στην α.α.τ. υπάρχει ελκτικό κέντρο στο $x=0$. Αν σταματήσουμε το υλικό σημείο στο ελάχιστο της δυναμικής του ενέργειας ή αλλιώς στο ελκτικό κέντρο της χωροεξαρτώμενης δύναμης που δέχεται, θα βρεθεί σε κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας
3. Η μηχανική ενέργεια του υλικού σημείου διατηρείται
4. Οι συναρτήσεις που αφορούν τη δύναμη και τη δυναμική ενέργεια θα πρέπει να μένουν ίδιες, όταν επιβάλλονται άλλες συνθήκες (αρχικές ή εξωτερικές), εξαρτώμενες αποκλειστικά από το «χώρο» και όχι από το χρόνο. Συνήθως στο πεδίο ορισμού τους να είναι συνεχείς συναρτήσεις. Αν υπάρξει (σπάνια) ασυνέχεια θα πρέπει να φαίνεται στο πεδίο ορισμού τους. Γενικά ακολουθούν τη συμπεριφορά της δύναμης επαναφοράς.
5. Η δύναμη επαναφοράς που ελέγχει την α.α.τ. είναι χωροεξαρτώμενη, **δηλαδή χρονοανεξάρτητη και συνεπώς δεν πρέπει να εξαρτάται από το «μέλλον» ή από κάποιο «φαινόμενο» που θα συμβεί στο «μέλλον» του υλικού σημείου του οποίου την κίνηση εξετάζουμε.** Οι δυνάμεις χρονικά πρέπει να μένουν «όπως είναι» και να μπορούν να προφητεύουν το μέλλον με τον ίδιο εννοιολογικό και μαθηματικό φορμαλισμό, **μιας και στο μέλλον ίδιες θα είναι, αφού είναι άχρονες.**

Για να χρησιμοποιήσω τα πολύ συνεκτικά λόγια του Νίκου (Ανδρεάδη)

«... ο α.α.τ. πρέπει να αλληλεπιδρά με συγκεκριμένο τρόπο με το περιβάλλον...»

Αυτό σημαίνει, για παράδειγμα, σταθερότητα του ελκτικού κέντρου της ταλάντωσης. Ή αλλιώς ότι και στο φεγγάρι να στείλω το υλικό σημείο μετά από μια σύγκρουση, αυτό θα συνεχίσει να ταλαντώνεται γύρω από κει που ταλαντώνονταν και πριν την σύγκρουση, δηλαδή γύρω από το ελκτικό του κέντρο $x=0$.

Επίσης σημαίνει, ότι αν κρατήσω ακίνητο το υλικό σημείο, η (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη θα περιμένει με σταθερό μέτρο και κατεύθυνση να το αφήσω
κ.λ.π

Η μορφή της δύναμης που ελέγχει μια α.α.τ. είναι αναμφισβήτητη η $F=-Dx$.

Όμως αν μείνουμε σε μια επιφανειακή ματιά της μορφής αυτής της δύναμης χωρίς να πάρουμε κανένα από τα «προικιά» που δίνει στην α.α.τ. και τα οποία καταγράφηκαν στο «πακέτο», νομίζω ότι δεν αξίζει καν να ξεχωρίσουμε την α.α.τ. από τις άλλες αρμονικές ταλαντώσεις.

Ή να το πούμε αλλιώς: Αν είναι να πορευτούμε χωρίς να κάνουμε χρήση καμιάς ορολογίας ή έννοιας της α.α.τ. δεν αξίζει καν να κουβεντιάζουμε γι' αυτή την ταλάντωση.

Σε αυτή την περίπτωση θα αντιμετωπίσουμε τη δύναμη $F=-Dx$ ως μια «κοινή» δύναμη ίδιας αξίας με όλες τις άλλες δυνάμεις και όταν χρειαστεί να την πάρουμε υπόψη μας, απλά θα την βάλουμε στο 2^ο νόμο όπως και όλες τις άλλες μη διάσημες δυνάμεις. Αυτό όλο κι όλο.

Στην περίπτωση αυτή όμως θα γινόμασταν μια «τοπική κοινωνία», που θα είχε απορρίψει από την διάλεκτό της ένα ολόκληρο «πακέτο» Φυσικής μέσα στο οποίο θα υπήρχε μια συγκεκριμένη κίνηση, μια δύναμη επαναφοράς $F=-Dx$ και διάφορα χαρακτηριστικά αξεπέραστα (δυναμική ενέργεια, συντηρητική δύναμη κ.λ.π.), τη στιγμή που οι φυσικοί σε όλο τον υπόλοιπο Κόσμο θα είχαν υιοθετήσει αυτό το «πακέτο», θα το είχαν ονομάσει, διδάξει και συμπεριλάβει στις εκφράσεις τους.

Αυτό που θέλω να πω είναι ότι στην α.α.τ. σημασία έχει το «πακέτο» που τη συνοδεύει και όχι το όνομά της.

Αν αφήσουμε το «πακέτο» στα αζήτητα, ας αφήσουμε ολόκληρη την κίνηση και βέβαια και το όνομά της.

Αν όμως αποφασίσουμε να πάρουμε το «πακέτο» με τα χαρακτηριστικά της α.α.τ. θα πρέπει να ξέρουμε ότι το όνομα α.α.τ. που θα φέρει αυτό το πακέτο, ίσως διαφοροποιηθεί λίγο από χώρα σε χώρα.

Αλλά αυτό δεν είναι σημαντικό, γιατί εκείνο που θα διαφοροποιείται θα είναι το όνομα και όχι το «πακέτο»

Τη φυσική τη «μιλάμε» με τη γλώσσα της χώρας μας, αλλά ξέρουμε ότι αν μεταφραστεί στη γλώσσα μιας άλλης χώρας θα καταλάβει αμέσως ο φυσικός της άλλης χώρας τι εννοούμε.

Στην προσπάθειά μας να δώσουμε ένα όνομα στο «πακέτο», σαφώς και θα πάρουμε υπόψη μας τι κυκλοφορεί στον κόσμο από ονόματα και ποιο αποδίδει καλύτερα τα πράγματα.

Αλλά σε όποιο όνομα τελικά και να καταλήξουμε θα πρέπει να ξέρουμε ότι δεν έχει σημασία το όνομα, αλλά το «πακέτο».

Και η γάτα δεν έχει το ίδιο όνομα από χώρα σε χώρα, αλλά παντού είναι το ίδιο «πακέτο» χαρακτηριστικών.

Ας γίνω πιο σαφής:

Αν στην Ελλάδα ονομάσουμε το «πακέτο» χαρακτηριστικών που δίνει η $F=-Dx$ σε μια κίνηση, απλή αρμονική ταλάντωση και στην Αγγλία το λένε κατσαρή αρμονική ταλάντωση, όταν θα πάω στην Αγγλία, γρήγορα θα μάθω ότι αυτό που εμείς στην Ελλάδα λέμε α.α.τ. εκεί το λένε κ.α.τ

Όμως το σημαντικότερο θα είναι ότι αν κάποια κίνηση δεν έχει τα χαρακτηριστικά του «πακέτου», δε θα μπορεί να λέγεται στην Ελλάδα α.α.τ., ούτε στην Αγγλία κ.α.τ.

Αν τώρα κάποιος Άγγλος που κάνει φυσική στη γλώσσα του, πει κάποια κίνηση κ.α.τ και αυτή η κίνηση δεν πληροί τις ιδιότητες του «πακέτου» (π.χ. ονομάσει κ.α.τ. την κίνηση ενός πιστονιού), θα έχει κάνει σίγουρα λάθος.

Γι' αυτό από την αρχή αυτής της κουβέντας, από τον Ιανουάριο που ξεκίνησε, δε με ενδιέφερε το όνομα.

Δε με ενδιέφερε, ούτε με ενδιαφέρει πως ονομάζουν οι Άγγλοι ή οι Γερμανοί αυτό που εμείς, εδώ στην Ελλάδα, ονομάζουμε απλή αρμονική ταλάντωση.

Το «πακέτο» έχει σημασία και βέβαια η προσπάθειά μας να δούμε ξεκάθαρα κάθε επαγγελία του, κάθε οριοθέτησή του, κάθε άμυνα που μας εγγυάται η σωστή χρήση του.

Επομένως **έχουμε δύο επιλογές όσον αφορά την α.α.τ.**

- Αν είναι να κρατήσουμε μόνο τη μορφή της δύναμης $F=-Dx$, χωρίς κανένα χαρακτηριστικό, θα είναι καλύτερα να απορρίψουμε όλο το πακέτο μαζί και το όνομα α.α.τ. και να την ενσωματώσουμε στις αρμονικές ταλαντώσεις
- Αν όμως τη θέλουμε κοντά μας, θα πρέπει μαζί με το όνομα, να κρατήσουμε και ένα μίνιμουμ από τα χαρακτηριστικά που συνοδεύουν την α.α.τ.
Σε αυτό το μίνιμουμ σίγουρα θα περιλαμβάνονται τα τρία πρώτα χαρακτηριστικά του «πακέτου», μιας και αυτά τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά είναι νομίζω τα πιο συνηθισμένα και άρα τα αποδεκτά από όλους μας ως χαρακτηριστικά της α.α.τ.

Με την πρώτη επιλογή δεν είναι δυνατό να συμφωνήσω ούτε κατά διάνοια, γιατί τότε η ομιλία μας θα γίνει διάλεκτος και η σκέψη μας τελείως φτωχή. Θα απομονωθούμε. Κανείς δε θα εννοεί ως α.α.τ. αυτό που εμείς εννοούμε και κανείς δε θα το έχει υπόψη του έστω και με άλλο όνομα.

Άρα θα συνεχίσω με τη δεύτερη επιλογή, όπου αρχικά κρατάω

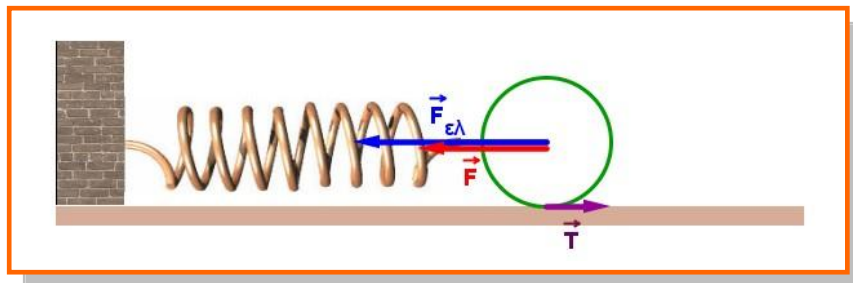
- το όνομα «απλή αρμονική ταλάντωση»
- τα χαρακτηριστικά 1-3 του «πακέτου»

Στο κείμενο που ακολουθεί, θα υποστηρίξω με παραδείγματα, ότι δε γίνεται να περιοριστούμε στα χαρακτηριστικά 1-3 και ότι πρέπει γρήγορα να υιοθετηθούν και τα άλλα δύο χα-

ρακτηριστικά 4 και 5 του πακέτου, για να μην καταρρεύσουν εννοιολογικά, όλα όσα μέχρι τώρα στήσαμε ή προσπαθούμε να στήσουμε.

1ο παράδειγμα:

Ο κύλινδρος κυλίσεται χωρίς να ολισθαίνει (ταλαντώνεται) με την επίδραση του ελατηρίου



Η δύναμη του ελατηρίου είναι	$F_{ελ} = -kx$
Η συνισταμένη δύναμη είναι	$F = -2/3 kx$
Η στατική τριβή είναι	$T = 1/3 kx$

Όλες αυτές οι δυνάμεις είναι της ίδιας μορφής $F = -Dx$ και συνεπώς **απαιτείται** βάσει των χαρακτηριστικών 1-3 που δεχτήκαμε από το πακέτο, να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο. Να θεωρηθούν δηλαδή χωροεξαρτώμενες, συντηρητικές και να συνδεθούν αντίστοιχα με τις παρακάτω δυναμικές ενέργειες

$$U_{ελ} = 1/2 kx^2$$

$$U = 1/3 kx^2$$

$$U_T = -1/6 kx^2$$

Δεχόμενοι λοιπόν ΜΟΝΟ τα χαρακτηριστικά 1-3 του «πακέτου» χαρακτηριστικών της α.α.τ.

α) Θα πρέπει να συνηθίσουμε με λύσεις, όπου θα εμπλέκεται δυναμική ενέργεια τριβής

Πράγματι:

Όλες οι δυνάμεις πάνω στον κύλινδρο είναι συντηρητικές. Άρα η μηχανική ενέργεια του κυλίνδρου διατηρείται και συνεπώς

Μεταφορική κίνηση κυλίνδρου:

Δυναμική ενέργεια λόγω ελατηρίου + **δυναμική ενέργεια λόγω στατικής τριβής** + κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς = σταθερό

Περιστροφική κίνηση κυλίνδρου

δυναμική ενέργεια λόγω στατικής τριβής + κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής = σταθερό

(Εδώ βέβαια θα πρέπει να εξηγήσουμε εννοιολογικά και να κάνουμε συνεπές με μαθηματική γραφή, το γεγονός ότι, ενώ η δυναμική ενέργεια της τριβής στη μεταφορική κίνηση είναι αρνητική, στην περιστροφική κίνηση πρέπει να μπει θετική)

β) Θα πρέπει να συνηθίσουμε ότι τη χωροεξαρτώμενη δύναμη την καθορίζει ΜΟΝΟ η μορφή και ότι στις συναρτήσεις που δίνουν χωροεξαρτώμενες δυνάμεις και τις δυναμικές τους ενέργειες, μπορούν να υπάρχουν μαθηματικές ασυνέχειες οι οποίες να μην μπορούν να αποδοθούν με μαθηματικά (να μη μπορούμε δηλαδή να γράψουμε σωστά τη μαθηματική μορφή αυτών των συναρτήσεων)

Πράγματι:

Καθώς κινείται ο κύλινδρος τον «πιάνουμε» και σιγά σιγά τον σταματάμε. Όσο θα κινείται θα υπάρχουν πάνω του και οι τρεις δυνάμεις $F_{ελ}$, T , F (το χέρι μου μη το υπολογίζετε. Συμπεριφορές κοιτάω των άλλων δυνάμεων σε άλλες συνθήκες) και θα ισχύουν ό,τι περιγράψαμε παραπάνω.

Οι δυνάμεις αυτές λοιπόν θα υπάρχουν, θα υπάρχουν, θα υπάρχουν... ακόμα και την ύστατη στιγμή πριν σταματήσει ο κύλινδρος.

Μόλις σταματήσει όμως, δύο από τις «χωροεξαρτώμενες» μας δυνάμεις, η συνισταμένη F και η τριβή T αλλάζουν τιμή **ακαριαία**. Καταργούνται!!!

Μαθηματικά αυτό σημαίνει ότι στο μοντέλο της α.α.τ. εισβάλουν δυνάμεις χωροεξαρτώμενες με ασυνέχειες, τις οποίες όμως ασυνέχειες δε μπορώ να εντοπίσω στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης. Δε μπορώ να γράψω σε ποιο ή ποια x εμφανίζονται. Έτσι όπως στήσαμε τα πράγματα μπορούν να εμφανιστούν παντού. Σε οποιοδήποτε x . Όπου σταματήσουμε τον κύλινδρο.

Για να γίνω πιο σαφής:

Μια συνάρτηση πάντα συνοδεύεται από το πεδίο ορισμού της, είτε είναι συνεχής είτε παρουσιάζει ασυνέχεια. Γράφουμε π.χ

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

όπου στο μηδέν περιμένουμε την ασυνέχεια της $f(x)$

Στο παράδειγμά μας με τον κύλινδρο, μπορούμε για την $F_{ελ}$ να γράψουμε πεδίο ορισμού ανάλογα με το χώρο που εξελίσσεται το φαινόμενο που εξετάζουμε και την ακρίβεια που επιδιώκουμε (θα το εξηγήσω καλύτερα παρακάτω αυτό), αν και θεωρητικά ισχύει $x \in R$. Γράφουμε λοιπόν

$$F_{ελ} = -kx \quad x \in R$$

Για τις συναρτήσεις που δίνουν τη συνισταμένη δύναμη F και την τριβή T , ποια σχέση να γράψω που να μην είναι λανθασμένη; Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των F και T ;

$$F = \begin{cases} -\frac{2}{3}kx & \text{όταν } x \in \text{????????} \\ 0 & \text{όταν } x \in \text{????????} \end{cases}$$

$$T = \begin{cases} \frac{1}{3}kx & \text{όταν } x \in \text{????????} \\ 0 & \text{όταν } x \in \text{????????} \end{cases}$$

Η ίδια μοίρα περιμένει και τις δυναμικές ενέργειες. Δε μπορούν να αποδοθούν σωστά μαθηματικά. Θα λείπει το πεδίο ορισμού.

Αυτή η αδυναμία να αποδώσουμε σωστά μια μαθηματική συνάρτηση, έστω κι αν σε κάποιους φαίνεται σχολαστικισμός, δεν είναι κάτι αθώο.

Ενώ με την εισαγωγή της «δυναμικής ενέργειας τριβής» στο (α) άρχισαν να κλονίζονται οι έννοιες, εδώ τα μαθηματικά προαναγγέλλουν ότι πήραμε λάθος δρόμο, όχι μόνο εννοιολογικά αλλά και φορμαλιστικά.

Το λάθος, όπως θα υποστηριχτεί και με όλα τα παρακάτω, είναι ότι από το «πακέτο» χαρακτηριστικών της α.α.τ. πήραμε μόνο τα 1-3, ενώ θα έπρεπε να τα πάρουμε όλα!!!!

γ) Θα πρέπει να συνηθίσουμε

- Την παρουσία δυνάμεων που ενώ είναι χωροεξαρτώμενες, δε μπορούν να υπάρξουν μόνες τους στο χώρο.
- Την παρουσία δυνάμεων που ενώ είναι χωροεξαρτώμενες, δε μπορούν να υπάρξουν αν το σώμα κρατηθεί ακίνητο
- Την παρουσία δυνάμεων που ενώ είναι χωροεξαρτώμενες και που έχουν τιμή μηδέν όσο το σώμα είναι ακίνητο, αποκτούν ακαριαία άλλη τιμή στην ίδια ακριβώς θέση του χώρου, μόλις το σώμα αφηθεί ελεύθερο.

2ο παράδειγμα:

Οποιαδήποτε κίνηση με εξίσωση της μορφής $x = A\eta\mu(\omega t + \phi)$, οδηγεί σε επιτάχυνση $a = -\omega^2 x$ και άρα σε δύναμη της μορφής $F = -Dx$ όπου $D = m\omega^2$.

Για παράδειγμα, η μόνιμη κατάσταση ενός εξαναγκασμένου αρμονικού ταλαντωτή με α-πόσβεση έχει εξίσωση κίνησης $x = A\eta\mu(\omega t + \phi)$.

Έτσι, παρόλο που ανάμεσα στις δυνάμεις που δρουν στον εξαναγκασμένο υπάρχει και η τριβή $T = -bv$ (δύναμη που εξαρτάται από ταχύτητα!!!!) και η χρονοεξαρτώμενη δύναμη του διεγέρτη $F_s = F_0 \eta\mu\omega t$, η συνισταμένη δύναμη μπορεί να πάρει τη μορφή $F = -Dx$ όπου $D = m\omega^2$ και έτσι να μας απαιτήσει (και θα έχει κάθε δίκιο) να τη θεωρήσουμε χωροεξαρτώμενη δύναμη της μορφής $F = -Dx$

Αυτόματα, μην έχοντας την προστασία των χαρακτηριστικών 4 και 5 του «πακέτου» θα κινητοποιηθεί όλος ο φορμαλισμός της α.α.τ. με δυναμικές ενέργειες και διατήρηση μηχανικής ενέργειας, με αποτέλεσμα να καταρρεύσει και η α.α.τ και ο εξαναγκασμένος.

Και ο κίνδυνος δε θα έχει περάσει

Όπως έδειξα σε μια παλιά ανάρτηση, **καθαρά χρονοεξαρτώμενες δυνάμεις**, με κατάλληλες αρχικές συνθήκες θέσης και ταχύτητας του σώματος, μπορούν να οδηγηθούν σε μορφές $F = -Dx$ όπου $D = m\omega^2$ **και άρα από καθαρά χρονοεξαρτώμενες δυνάμεις να δείχνουν στη μορφή τελείως χρονοανεξάρτητες (να δείχνουν δηλαδή χωροεξαρτώμενες)**

Και τότε οι παρανοήσεις θα είναι πολύ μεγάλες.

Επίσης

Από την εμπειρία του 1ου παραδείγματος θα πρέπει να περιμένουμε, ότι θα υπάρξουν «περίεργες» ασκήσεις, με συστήματα εξισώσεων στα οποία αν εμπλακεί έστω και μια χωροεξαρτώμενη (χρονοανεξάρτητη) δύναμη της μορφής $F = -Dx$, θα μας καταστήσει ικανούς να βρούμε όλες τις υπόλοιπες δυνάμεις συναρτήσει αυτής της χωροεξαρτώμενης δύναμης.

Τότε όλες οι δυνάμεις της άσκησης, αφού θα αποκτήσουν την ίδια μορφή $F = -Dx$, **θα απαιτήσουν να τις θεωρήσουμε χωροεξαρτώμενες.**

Και τότε, στις περίεργες αυτές ασκήσεις, αν οι δυνάμεις που θα γίνουν χωροεξαρτώμενες δεν είναι τριβές ώστε να έχουμε και κάποια άμυνα για να τις αποκλείσουμε από το χαρακτηρισμό, θα εμπλουτιστούν με ιδιότητες που στην πραγματικότητα δε θα έχουν.

Αυτό γρήγορα θα αποδειχτεί αχίλλειος φτέρνα και της διδασκαλίας μας και των συλλογισμών μας και των ορισμών μας και των μοντέλων μας και.... και..... και.....

Το ξαναέγραψα και στο pdf_1 της προηγούμενής μου ανάρτησης και πιστεύω ότι αξίζει να το προσέξουμε

«...Οι τριβές (και γενικότερα οι δυνάμεις) σε ένα πρόβλημα μπορεί να εκφράζονται συναρτήσει του x , αλλά αυτό γίνεται, όχι γιατί είναι χωροεξαρτώμενες δυνάμεις και άρα συνδεδεμένες με δυναμική ενέργεια (και με α.α.τ.), αλλά γιατί απλούστατα λύσαμε τις σχέσεις που γράψαμε ως προς τις συντηρητικές δυνάμεις.

Έτσι λοιπόν, το γεγονός ότι μετά την επίλυση οι τριβές ή οι συνισταμένες δυνάμεις εκφράζονται συναρτήσει του x , δε σημαίνει απολύτως τίποτε.

Τί να σημαίνει δηλαδή ότι βρήκαμε την τριβή T συναρτήσει της $F_{ελ}$ και άρα του x ; Σημαίνει μήπως ότι η τριβή T έγινε ξαφνικά συντηρητική δύναμη; Σαφώς και όχι!!!!

Δηλαδή αν λύναμε την $F_{ελ}$ ως προς T , η δύναμη του ελατηρίου θα ήταν απόσβεση; Θα την είχαμε κάνει τριβή;

Άλλο οι μαθηματικές τακτικές και άλλο η φυσική ουσία...»

Και μη μου πείτε να βάλουμε σα βαλβίδα στους συλλογισμούς μας τον κανόνα να εξαιρούμε τις τριβές από τον χαρακτηρισμό «χωροεξαρτώμενη» και από την α.α.τ., γιατί

- Δεν έχουμε κανένα δικαίωμα να το κάνουμε στα πλαίσια των συλλογιστικών πλαισίων που θέσαμε. Σύμφωνα με αυτά η μορφή μιας δύναμης και μόνο αυτή αρκεί για να τη χαρακτηρίσει ως χωροεξαρτώμενη

- Σύντομα, όπως ήδη ανέφερα, θα βρούμε μπροστά μας και άλλες δυνάμεις που δεν θα είναι τριβές (για να προφυλαχούμε), αλλά που οι ρευστοί ορισμοί μας, τα σαθρά μαθηματικά μας μοντέλα και η ανοχή μας στο να λέμε άλλα, να γράφουμε άλλα, να εννοούμε άλλα και να θέλουμε να ακούσουμε ως απάντηση άλλα, θα τις κάνει χωροεξαρτώμενες. Και τότε δε θα γλιτώσουμε τα λάθη.

Για να γλιτώσουμε από όλους τους παραπάνω εκτροχιασμούς

Δεν πρέπει να στερήσουμε από τη χωροεξαρτώμενη δύναμη επαναφοράς $F=-Dx$ (και γενικότερα από μια χωροεξαρτώμενη δύναμη), κανένα μέρος της φιλοσοφίας με την οποία προικίζει την α.α.τ.

Επιβάλλεται να υιοθετήσουμε όχι μόνο τα τρία πρώτα χαρακτηριστικά («προικιά») της α.α.τ. που περικλείονται στο «πακέτο» της σελίδας 3, αλλά και τα πέντε.

Αν μείνουμε μόνο στη μορφή $F=-Dx$ και όχι στη φιλοσοφία της, πολλές δυνάμεις που δεν είναι χωροεξαρτώμενες, θα εισχωρήσουν στο μοντέλο α.α.τ. και γρήγορα θα το τινάξουν στο αέρα.

Στοιχειώδης πρόνοια για να μη συμβεί αυτό, επιβάλλει να υιοθετήσουμε όχι τα τρία πρώτα χαρακτηριστικά του «πακέτου», αλλά και τα 5.

Αν το μοντέλο χάσει τη μαθηματική του αυστηρότητα, την οποία του εξασφαλίζουν όλα μαζί τα χαρακτηριστικά του «πακέτου», κινδυνεύει να γεμίσει παρανοήσεις και βέβαια να καταρρεύσει. Αν επιθυμούμε να συμβεί κάτι τέτοιο, καλύτερα να ξεχάσουμε την α.α.τ. και να μιλάμε για (σκέτο) αρμονική ταλάντωση.

Μόλις λοιπόν δεχτούμε όλο το «πακέτο», η πρώτη μας απόπειρα να αποκαλυφθούν οι πραγματικά χωροεξαρτώμενες δυνάμεις, θα είναι «να σταματήσουμε τον χώρο» και να αφήσουμε το χρόνο να κυλήσει.

Πρακτικά αυτό σημαίνει να σταματήσουμε το σώμα που ταλαντώνεται. Αμέσως οι τριβές καταργούνται και οι χρονοεξαρτώμενες δυνάμεις αποκαλύπτονται.

Το «πακέτο» αποκαλύπτει ότι οι τριβές δεν είναι και δεν πρέπει να θεωρηθούν χωροεξαρτώμενες συντηρητικές δυνάμεις. Και συνεπώς δεν πρέπει να συνδεθούν με δυναμικές ενέργειες, έστω και αν από κάποιο μαθηματικό παιχνίδι, πήραν την ψεύτικη χωροεξαρτώμενη μορφή $T=-Dx$.

Πολλές παράπλευρες απώλειες (παράπλευρες τραγωδίες)

Θα συνεχίσω στο ίδιο πνεύμα και θα επιμένω ότι τα πράγματα δεν είναι απλά.

Αν από το «πακέτο» χαρακτηριστικών με τα οποία η δύναμη $F=-Dx$ προικίζει την α.α.τ., στερήσουμε τα χαρακτηριστικά 4 και 5, τότε στερούμε τη φιλοσοφία που συνοδεύει τη δύναμη αυτή και μένουμε μόνο στη μορφή της, με αποτέλεσμα να προκύψουν ανεξέλεγκτες καταστάσεις και οι παρανοήσεις γρήγορα να επεκταθούν έξω από την απλή αρμονική ταλάντωση, σε άλλες, «χωροεξαρτώμενες» δήθεν, δυνάμεις.

Ας δούμε αναλυτικά τις ... απώλειες:

Μια σταθερή δύναμη F , είναι καταρχάς από μαθηματική της δομή, χωροεξαρτώμενη και συντηρητική και άρα τελείως νόμιμα μπορεί να συνδεθεί με δυναμική ενέργεια U

Πράγματι:

$$F = -\frac{dU}{dx} \text{ από όπου } U = -Fx$$

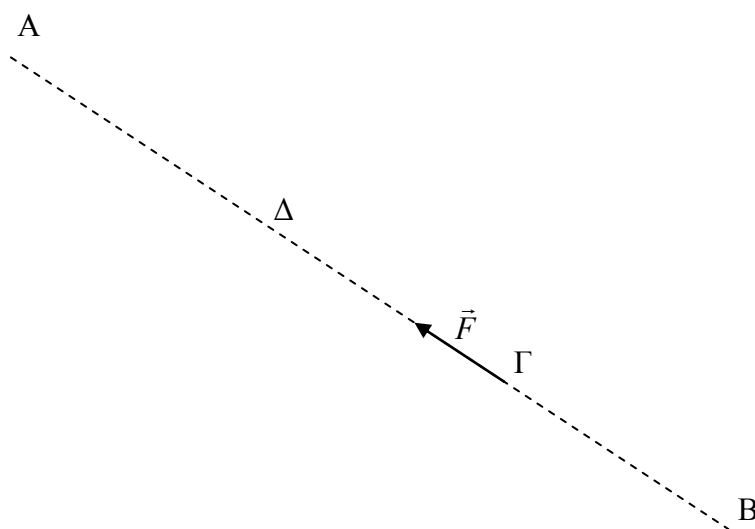
Ως σημείο αναφοράς (μηδενισμού) της δυναμικής ενέργειας επιλέξαμε το $x=0$.

Τα F και x θεωρούνται αλγεβρικά

Αν **δεν θελήσουμε** να χρησιμοποιήσουμε αλγεβρικές τιμές, τότε η δυναμική ενέργεια γράφεται $U=Fd$, όπου τώρα το F είναι το μέτρο της σταθερής δύναμης και d είναι η απόσταση του υλικού σημείου που δέχεται την F από το «τελευταίο» σημείο του προβλήματος κατά τη διεύθυνση της F . Το σημείο αυτό θεωρήσαμε σημείο αναφοράς (μηδενισμού δηλαδή) της δυναμικής ενέργειας.

(με τη φράση «τελευταίο» σημείο του προβλήματος εννοώ το σημείο εκείνο προς το οποίο η F «τραβά» το υλικό σημείο και από το οποίο σημείο και μετά δεν υπάρχουν άλλα σημεία που να μας ενδιαφέρουν στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Προφανώς παίρνουμε το «τελευταίο» του προβλήματος, για να μη μας προκύψουν αρνητικές δυναμικές ενέργειες. Αν όμως θέλουμε ή αναγκαστούμε, μπορούμε να πάρουμε ως σημείο αναφοράς ένα τυχαίο σημείο. Τότε αν είμαστε πέρα από αυτό το σημείο προς τη διεύθυνση της F η δυναμική θα είναι θετική, αλλιώς θα είναι αρνητική)

Για παράδειγμα το παρακάτω σχήμα:



Η $\vec{F}$ είναι σταθερή.

Αν σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας θεωρηθεί το «τελευταίο» του προβλήματος, δηλαδή το A, τότε η δυναμική ενέργεια του υλικού σημείου παντού πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα AB είναι θετική:

στο B η δυναμική ενέργεια είναι $F \cdot (AB)$

στο Γ η δυναμική ενέργεια είναι $F \cdot (A\Gamma)$

στο Δ η δυναμική ενέργεια είναι $F \cdot (A\Delta)$

Αν σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας που συνδέεται με την $\vec{F}$ θεωρηθεί το Δ , τότε η δυναμική ενέργεια του υλικού σημείου, είναι αλλού θετική και αλλού αρνητική

στο Β είναι $F \cdot (\Delta B)$

στο Γ είναι $F \cdot (\Delta \Gamma)$

στο Δ είναι $-F \cdot (\Delta \Delta)$

Αν σημείο αναφοράς δυναμικής ενέργειας θεωρηθεί το Β τότε η δυναμική ενέργεια του υλικού σημείου παντού στο τμήμα AB είναι αρνητική

Αυτά όλα όμως, μας είναι πιο οικεία και τα έχουμε ήδη εφαρμόσει στο πεδίο βαρύτητας

Σε ομογενές βαρυτικό πεδίο, το βάρος ενός σώματος είναι μια σταθερή δύναμη mg . Άρα σύμφωνα με τα παραπάνω συνδέεται με δυναμική ενέργεια $U = -mgx$ (σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας το $x=0$, τα g και x με αλγεβρικές τιμές)

Αυτό απλά και χωρίς διανύσματα, σημαίνει ότι αν ως σημείο αναφοράς (μηδενισμού) της δυναμικής ενέργειας παρθεί το «τελευταίο» του προβλήματος (που στο πεδίο βαρύτητας το λέμε και «χαμηλότερο» σημείο του προβλήματος), η δυναμική ενέργεια θα είναι $U = mgh$, όπου h είναι η απόσταση (ύψος) από το «τελευταίο», από το «χαμηλότερο» δηλαδή σημείο του προβλήματος.

Αν ως σημείο αναφοράς (μηδενισμού) της δυναμικής ενέργειας δεν παρθεί το «τελευταίο», το «χαμηλότερο» δηλαδή σημείο του προβλήματος, αλλά το «ψηλότερο», τότε όλες οι δυναμικές ενέργειες θα βγουν αρνητικές.

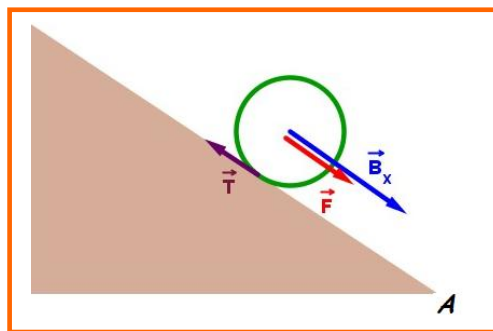
Εδώ όμως αρχίζει ο κίνδυνος

Είπαμε προηγουμένως ότι μια σταθερή δύναμη μπορεί καταρχάς να θεωρηθεί συντηρητική και να συνδεθεί με δυναμική ενέργεια. Όμως αν δεν πάρουμε υπόψη μας τα χαρακτηριστικά 4 και 5 του «πακέτου» και δεν προσέξουμε, μπορεί η οποιαδήποτε σταθερή δύναμη F , να γίνει χωροεξαρτώμενη, συντηρητική και να συνδεθεί με δυναμική ενέργεια.

Ας το δούμε με παραδείγματα:

3ο παράδειγμα:

Ο ίδιος κύλινδρος του 1ου παραδείγματος, αντί να τραβιέται από ελατήριο αφήνεται τώρα να κυλήσει σε κεκλιμένο επίπεδο.



Ας γράψουμε τα αντίστοιχα με το 1ο παράδειγμα

Η συνιστώσα του βάρους είναι B_x

Η συνισταμένη δύναμη είναι $F=2/3B_x$

Η στατική τριβή είναι $T=-1/3B_x$

Όλες αυτές οι δυνάμεις είναι της ίδιας μορφής, είναι δηλαδή σταθερές και συνεπώς **απαιτείται**, βάσει των αντίστοιχων χαρακτηριστικών 1-3 που υιοθετήσαμε από το δικό τους «πακέτο» για (χωροεξαρτώμενες) σταθερές δυνάμεις, να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο. Να θεωρηθούν δηλαδή χωροεξαρτώμενες, συντηρητικές και να συνδεθούν αντίστοιχα με δυναμικές ενέργειες.

Παίρνουμε ως σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας το Α, που έστω ότι είναι το χαμηλότερο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου (εκεί ας πούμε που το κεκλιμένο επίπεδο συναντιέται με το οριζόντιο).

Αν d η απόσταση του κυλίνδρου από το Α μετρούμενη κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου τότε

Η δυναμική ενέργεια της συνιστώσας B_x είναι $U_{B_x}=B_x d$

Η δυναμική ενέργεια της συνισταμένης είναι $U_F=Fd$

Η δυναμική ενέργεια της στατικής τριβής είναι $U_T=-Td$

Αν δεχτούμε ΜΟΝΟ τα χαρακτηριστικά 1-3 του «πακέτου» χαρακτηριστικών της α.α.τ., θα πρέπει, από συνέπεια κάθε μορφής, να δεχτούμε ΜΟΝΟ τα χαρακτηριστικά 1-3 του αντίστοιχου «πακέτου» των σταθερών δυνάμεων. Τότε

α) Θα πρέπει να συνηθίσουμε με λύσεις, όπου θα εμπλέκεται δυναμική ενέργεια τριβής

Όλες οι δυνάμεις πάνω στον κύλινδρο είναι συντηρητικές. Άρα η μηχανική ενέργεια του κυλίνδρου διατηρείται και συνεπώς

Μεταφορική κίνηση κυλίνδρου

Δυναμική ενέργεια λόγω συνιστώσας βάρους + **δυναμική ενέργεια λόγω στατικής τριβής** + κινητική λόγω μεταφοράς = σταθερό

Περιστροφική κίνηση κυλίνδρου

Δυναμική ενέργεια λόγω στατικής τριβής + κινητική λόγω περιστροφής = σταθερό

Εδώ βέβαια θα πρέπει να εξηγήσουμε εννοιολογικά και να κάνουμε συνεπές μαθηματικά, το γεγονός ότι ενώ η δυναμική ενέργεια της τριβής στη μεταφορική κίνηση είναι αρνητική, στην περιστροφική κίνηση πρέπει να μπει θετική.

β) Θα πρέπει να συνηθίσουμε....

.....
(Οι συμβιβασμοί (β) και (γ) που πρέπει να κάνουμε και να συνηθίσουμε είναι ακριβώς ανάλογοι με τους αντίστοιχους στο 1ο παράδειγμα)

δ) Στο παράδειγμα αυτό υπάρχει κι ένα καινούριο οδυνηρό, που πρέπει να συνηθίσουμε

Όχι μόνο η στατική τριβή φαίνεται να έχει δυναμική ενέργεια, αλλά η έννοια της δυναμικής μπορεί να μοιραστεί και στις συνιστώσες του βάρους και γενικά στις συνιστώσες κάθε σταθερής δύναμης!!!

4ο παράδειγμα:

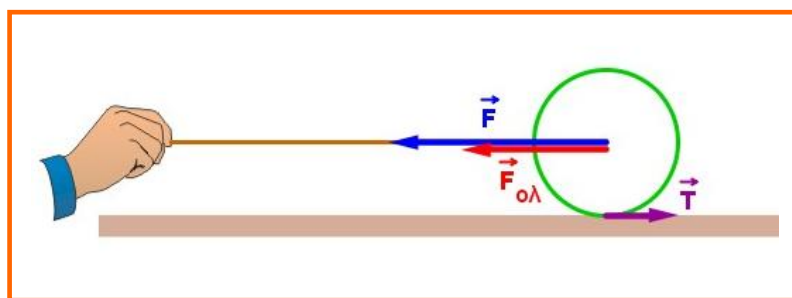
Ο ίδιος κύλινδρος των προηγούμενων παραδειγμάτων, αντί να τραβιέται από ελατήριο ή να αφήνεται να κυλήσει σε κεκλιμένο επίπεδο, τραβιέται τώρα με σχοινί από το κέντρο του με δύναμη σταθερή F σε οριζόντιο επίπεδο.

Τότε

Η δύναμη του σχοινιού είναι F

Η συνισταμένη δύναμη είναι $F_{ολ}=2/3F$

Η στατική τριβή είναι $T=-1/3F$



Αφού όλες οι δυνάμεις είναι σταθερές, μπορούν να θεωρηθούν χωροεξαρτώμενες, να συνδεθούν με δυναμικές ενέργειες και άρα η λύση της άσκησης να γίνει με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας όπως και πριν.

Στο παράδειγμα αυτό, εκτός από τις τριβές, απαίτησαν (όπως είχαν κάθε συλλογιστικό δικαίωμα) και έγιναν συντηρητικές δυνάμεις όχι μόνο οι στατικές τριβές, αλλά και οι τάσεις των σχοινιών!!!

5ο παράδειγμα:

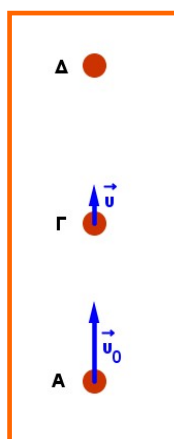
Με την ίδια λογική που επιβάλλεται να ακολουθούμε πια, **η τριβή ολίσθησης**, η οποία στη συντριπτική πλειοψηφία των ασκήσεων θεωρείται σταθερή (αν το σώμα δεν αλλάξει κατεύθυνση κίνησης), **«απαιτεί» μαθηματικά να γίνει** (και έχει κάθε δικαίωμα να το απαιτεί αφού δε φροντίσαμε κάτι άλλο), **χωροεξαρτώμενη δύναμη και να αποκτήσει δυναμική ενέργεια.**

Τώρα τα προβλήματα τριβής ολίσθησης λύνονται εύκολα (!!!) και γρήγορα με ... διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Για να κάνω πιο ανάγλυφους τους εκτροχιασμούς στους οποίους μπαίνουμε, θα εξετάσουμε παράλληλα δύο κινήσεις.

- A. Τη βολή προς τα πάνω σε πεδίο βαρύτητας
- B. Τη βολή σε οριζόντιο επίπεδο που δεν είναι λείο.

A. Βολή προς τα πάνω σε πεδίο βαρύτητας $B=mg=\text{σταθερό}$



Το σώμα φτάνει μέχρι το σημείο Δ

Στο Α έχει μόνο κινητική ενέργεια $1/2 m u_0^2$

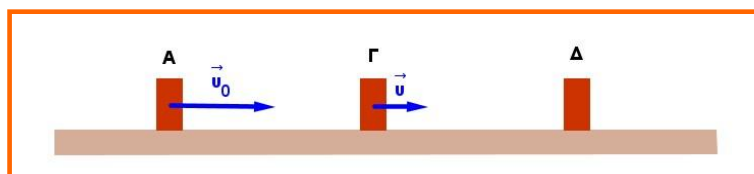
Στο Γ έχει κινητική $1/2 m u^2$ και δυναμική λόγω βάρους $mg(A\Gamma)$

Στο Δ έχει μόνο δυναμική λόγω βάρους $mg(A\Delta)$

Από Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας έχουμε

$$1/2 m u_0^2 = 1/2 m u^2 + mg(A\Gamma) = mg(A\Delta)$$

B. Βολή σε οριζόντιο επίπεδο με τριβή $T=\mu N=\mu mg=\text{σταθερό}$



Το σώμα φτάνει μέχρι το σημείο Δ

Στο Α έχει μόνο κινητική ενέργεια $1/2 m u_0^2$

Στο Γ έχει κινητική $1/2 m u^2$ και δυναμική λόγω ... τριβής $mg(A\Gamma)$

Στο Δ έχει μόνο δυναμική λόγω ... τριβής $mg(A\Delta)$

Από Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας έχουμε

$$1/2 m v_0^2 = 1/2 m v^2 + m g (A\Gamma) = m g (A\Delta)$$

Στις δύο παραπάνω κινήσεις

- Η εξίσωση κίνησης είναι ακριβώς ίδια $x=v_0+at$ και κατά συνέπεια κινηματικά είναι απολύτως όμοιες
- Οι δυνάμεις βάρους και τριβή ολίσθησης που δρουν πάνω στα σώματα έχουν την ίδια ακριβώς μορφή $F=\text{σταθερό}$. Είναι δηλαδή και οι δύο σταθερές. Μαθηματικά απαίτησαν και είχαν δικαίωμα να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο!!! Έχουν το δικαίωμα; Σαφώς και έχουν το δικαίωμα.

Μαθηματικά δεν έγινε κανένα, μα κανένα λάθος.

Αφού οι δυνάμεις έχουν την ίδια μορφή, κι εμείς μένουμε μόνο στη μορφή και όχι στη «φιλοσοφία» που συνοδεύει τις χωροεξαρτώμενες δυνάμεις, έχουν κάθε δικαίωμα να μας «απαιτήσουν» να κινητοποιήσουμε τον ίδιο μαθηματικό formalισμό.

Και στις δύο περιπτώσεις κινήσεων μαθηματικά ήμασταν σωστοί. Οι σχέσεις που γράψαμε είναι σωστές και τα αποτελέσματα σωστά.

Εννοιολογικά όμως τα διαλύσαμε όλα.

Οι δύο κινήσεις, κινηματικά είναι όμοιες και οι δυνάμεις πάνω στο σώματα έχουν ακριβώς την ίδια μορφή.

Ξέρουμε όμως κάπου μέσα μας, ότι μόνο η μία κίνηση είναι ελεύθερη πτώση, με όλα τα «προικιά» και τα χαρακτηριστικά προσόντα της κίνησης αυτής.

Μόνο η μία δικαιούταν να της χαρίσουμε έννοιες ξεχωριστές κι ομορφιές σπάνιες, όπως είναι η δυναμική ενέργεια, που μας ανοίγει το δρόμο για όμορφες σκέψεις όπως είναι η διατήρηση της ενέργειας, η μηχανική ενέργεια, η πρόβλεψη, η πρόβλεψη, η σωστή εννοιολογικά και συνεπέστατη μαθηματικά πρόβλεψη!...

(Και τα τραγικά δε θα έχουν τέλος, μιας κι αν αρχίσουμε να παίζουμε με τις μορφές των δυνάμεων και να μένουμε μόνο στις μορφές, θα δούμε αποσβέσεις να αποκτούν ιδιότητες άλλες αντί άλλων. Και να γίνονται όλα χωροεξαρτώμενα και συντηρητικά και α.α.τ. και ελεύθερες πτώσεις και στο τέλος να καταρρέουν όσα έχουμε μάθει)

Τα δύσκολα στον Φυσικό...

Ας υποθέσουμε ότι οι δύο προηγούμενες κινήσεις από το A ως στο Δ τους διαρκεί αρκετό χρόνο. Στο χρόνο αυτό εμείς κάνουμε μόνο μετρήσεις θέσεων και ταχυτήτων.

Γρήγορα θα ανακαλύψουμε την εξίσωση αυτών των δύο εύκολων και ίδιων κινήσεων

$$x=x_0+v_0t+1/2at^2$$

με $t \geq 0$, x_0 η αρχική θέση, v_0 η αρχική ταχύτητα και a μια σταθερά

Κατόπιν θα παραγωγίσουμε και θα πάρουμε την εξίσωση της ταχύτητας $v=v_0+at$ και μετά της επιτάχυνσης $a=\text{σταθερή}$. Ο νόμος του Νεύτωνα θα με οδηγήσει στο $F=ma=\text{σταθερή}$

(Αυτό είναι μια από τις αδυναμίες της κινηματικής επεξεργασίας μιας κίνησης. Ξεκινώντας από την εξίσωση κίνησης με παραγωγίσεις ο νόμος του Νεύτωνα θα με οδηγήσει στη μορφή της δύναμης και ποτέ στην ποιότητά της. Και χρειάζεται προσοχή στην αντιμετώπισή της)

Άρα τα σώματα έχουν την ίδια εξίσωση κίνησης και μαθηματικά την ίδια μορφή δύναμης. Δικαιούνται επομένως, όπως είπαμε, να κινητοποιήσουμε τον ίδιο ακριβώς μαθηματικό και εννοιολογικό φορμαλισμό.

Μηχανική ενέργεια για το ένα; Μηχανική και για το άλλο.

Χωροεξαρτώμενη και άρα χρονοανεξάρτητη η δύναμη για το ένα; Το ίδιο ακριβώς χρονο-ανεξάρτητη και για το άλλο.

Δυναμική ενέργεια στο ένα; Δυναμική και στο άλλο.....

Ό,τι δώσω στο βάρος επιβάλλεται, να δώσω και στην τριβή.

Αυτό μου λέει να κάνω, αν θέλω να έχω τη στοιχειώδη συλλογιστική συνέπεια και την ελάχιστη διδακτική ηθική, ο μαθηματικός που τώρα αποχωρεί, καθώς ο ρόλος του τέλειωσε στις παραγωγίσεις και στις μορφές των συναρτήσεων.

Το έργο όμως για τον φυσικό έχει συνέχεια. Μόνος του τώρα στη σκηνή κι αρχίζουν τα δύσκολα ... «υπαρξιακά»

Είναι αλήθεια τόσο ίδια τα πράγματα για τις δύο κινήσεις; διερωτάται

Να τις πούμε και τις δύο ελεύθερη πτώση;

Μήπως υπάρχει κάτι πιο βαθύ από τα μαθηματικά που μπορεί να τις ξεχωρίσει;

Μήπως κάτι ξεφεύγει από την αυστηρότητα των μαθηματικών;

Μήπως κάτι ξέφυγε από μένα; Μήπως.... Μήπως....

Ίσως εδώ θα πρέπει να το ξανατονίσουμε:

Ο ρόλος των μαθηματικών είναι ΚΑΙ να διασφαλίζουν με την αυστηρότητά τους, ό,τι ΕΜΕΙΣ ορίσουμε αυστηρά!!!!

Μόνο τότε, όταν δηλαδή πρώτα ο δικός μας ορισμός είναι αυστηρός, μπορούν τα μαθηματικά να μου κάνουν τους ορισμούς μου πανίσχυρους, τη συλλογιστική μου συνεπέστατη και την απειλή διαβρώσεων, αλλοιώσεων και νοητικών καταρρεύσεων ανύπαρκτη.

Ο ρόλος των μαθηματικών δεν είναι μόνο η ακρίβειά τους, δεν είναι μόνο η δυνατότητά τους να με οδηγούν σε ορισμούς, κανόνες, θεωρήματα και συμπεράσματα, δεν είναι απλά η μόνη γλώσσα με την οποία μπορώ να μιλήσω για τη Φύση, αλλά πολλές φορές είναι απαραίτητα και για να διαφυλάξουν τις εννοιολογικές μου φόρμες από προχειρότητες.

Μόνο η μία κίνηση δικαιούται το χαρακτηρισμό «ελεύθερη πτώση» με όλες τις ομορφιές της σε έναν Κόσμο γεμάτο εντροπία που αυξάνεται.

Πώς όμως ο φυσικός, σε αυτή τη φάση του μοναχικού του ρόλου, θα ξεχωρίσει τη μία κίνηση για να της δώσει ιδιαίτερο όνομα, ας πούμε ελεύθερη πτώση;

Με τα ... «crash tests»! Ή μιλώντας πιο σοβαρά, περιμένοντας κάτι να συμβεί στο «μέλλον» των σωμάτων ή «προκαλώντας» να συμβεί αυτό το κάτι ή αφήνοντας να «τρέχει» μόνο ο χρόνος, αλλά όχι ο χώρος (ακινητοποιώντας δηλαδή το σώμα) κ.λ.π.

Για τις παραπάνω δύο κινήσεις, ο φυσικός θα μπορούσε, για παράδειγμα

- Να περιμένει **(το «μέλλον»)** για να δει τί θα συμβεί στα σώματα μόλις φτάσουν στα σημεία Δ.
Στο πεδίο βαρύτητας (χωροεξαρτώμενη δύναμη) το σώμα θα σταματήσει στιγμιαία και θα γυρίσει πίσω, ενώ στο οριζόντιο επίπεδο θα σταματήσει για πάντα.
- Να περιμένει **(το «μέλλον»)** για να δει τί θα συμβεί αν κάποιο νοητικό χέρι πιάσει το κάθε σώμα και το ακινητοποιήσει.
Η τριβή αμέσως θα εξαφανιστεί, ενώ το βάρος ως (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη, χωρίς να αλλάξει καθόλου ούτε το μέτρο της, ούτε την κατεύθυνσή της, θα περιμένει το χέρι να ελευθερώσει το σώμα.
- Περιμένοντας ή προκαλώντας μια κρούση **(«crash tests»)** για να δει τις συμπεριφορές των σωμάτων και να αποφασίσει ποια τελικά δύναμη είναι χωροεξαρτώμενη

κ.λ.π.

Ο φυσικός θα εντοπίσει ως ελεύθερη πτώση εκείνη την κίνηση που ελέγχεται από το βάρος, για το οποίο διαπίστωσε ότι είναι μια (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη!!!

Το ερώτημα που τίθεται τώρα όμως είναι το εξής:

Γιατί τα μαθηματικά δεν κατάφεραν να ξεχωρίσουν ποια κίνηση έχει επάνω της (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη;

Γιατί απλούστατα, δεν επιτρέψαμε στην αυστηρότητα των μαθηματικών να μας διασφαλίσει όλο το εννοιολογικό και συλλογιστικό πλαίσιο που αφορά τις χωροεξαρτώμενες συντηρητικές δυνάμεις.

Υιοθετήσαμε μερικά από τα χαρακτηριστικά των συντηρητικών δυνάμεων, τα 1-3, ενώ έπρεπε να υιοθετήσουμε και τα 5.

Ας γίνω σαφής:

Για μια χωροεξαρτώμενη δύναμη, τα μαθηματικά θα γράψουν σκέτο $F(x)$ και θα το εννοούν. Θα εννοούν δηλαδή, ότι αυτή η συνάρτηση $F(x)$ έχει μέσα της το χώρο x , αλλά δεν έχει τον χρόνο t . ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΟΥΤΕ ΤΟ ΠΑΡΟΝ ΟΥΤΕ ΤΟ ΜΕΛΛΟΝ μέσα της.

Ή αλλιώς ότι η τιμή της, στην ίδια θέση x είναι ίδια, για όλες τις χρονικές στιγμές.

Αυτό με τη σειρά του σημαίνει, ότι τώρα το πεδίο ορισμού της $F(x)$ μπορεί θαυμάσια να γραφεί και θα αφορά αποκλειστικά το x , με οποιεσδήποτε εξωτερικές συνθήκες και για οποιεσδήποτε χρονικές στιγμές.

Αυτό απλά σημαίνει ότι αν κυλήσει ο χρόνος, αν συμβεί κάτι, αυτό το $F(x)$ για τα ίδια x θα έχει τις ίδιες με πριν τιμές.

Τα ... «crash tests», «το μέλλον» και τα υπόλοιπα που είπαμε δεν είναι συλλογιστικές ακροβασίες και νοητικά πυροτεχνήματα σε ένα παιχνίδι ευφυολογημάτων, πεισμάτων, παραδειγμάτων και αντι-παραδειγμάτων.

Είναι τρόπος για να διαπιστώσουμε τη μαθηματική αυστηρότητα να γράφουμε $F(x)$ για μια χωροεξαρτώμενη δύναμη και να το εννοούμε.

Η αυστηρότητα των μαθηματικών μας λέει ότι η συνάρτηση $F(x)$ πρέπει να έχει πεδίο ορισμού και να μην εξαρτάται από το χρόνο.

Αλλά οι περισσότεροι από εμάς αυτό το ξεχνάμε και κάνουμε τα μαθηματικά μας ελαφρότητες, τη σωστή γραφή των συναρτήσεων απεχθείς σχολαστικισμούς ή ανακαλύπτουμε τρυκ για να αντικαταστήσουμε τις μαθηματικές τακτικές και μεθοδολογίες .

Την αυστηρότητα των ορισμών μας πρέπει να παραδώσουμε στην αυστηρότητα των μαθηματικών για μια διάφανη περιγραφή της Φύσης. Μόνο αν οι ορισμοί μας και τα μοντέλα μας είναι αυστηρά θα γλιτώσουν οι τόσες και τόσες φόρμες, που έχουν με τόσο και τόσο κόπο φτιάξει οι άνθρωποι στη Φυσική.

Κατόπιν και αφού γραφεί η συνάρτηση $F(x)$ για την χωροεξαρτώμενη δύναμη με το πεδίο ορισμού της, τα μαθηματικά θα εξετάσουν αν είναι συντηρητική και αν έχει επομένως το δικαίωμα να πάρει «τα προικιά» των συντηρητικών δυνάμεων (ενέργειες, διατηρήσεις κ.λ.π.)

Μετά από όλα αυτά νομίζω ότι είναι προφανές ότι

Αν θέλουμε να γλιτώσουμε από όλους τους εκτροχιασμούς που ανέφερα, αν θέλουμε να γλιτώσουμε την έννοια της δυναμικής ενέργειας (που πραγματικά είναι στολίδι), αν θέλουμε να μη εκφυλίσουμε μέχρι διάλυσης την έννοια της μηχανικής ενέργειας, αν δε θέλουμε να διαλύσουμε ό,τι χειριστήκαμε μέχρι τώρα με συνέπεια και επιτυχία και αν δε θέλουμε να μείνουμε μόνοι μας στον Κόσμο και να μιλάμε μια τοπική διάλεκτο, πρέπει οπωσδήποτε να δεχτούμε και τα 5 χαρακτηριστικά του «πακέτου» της α.α.τ.

Όποια δύναμη έχει τη μορφή μιας χωροεξαρτώμενης συντηρητικής δύναμης, δε σημαίνει ότι είναι και τέτοια.

Μπορεί ένα μαθηματικό τρυκ ή η τύχη να την οδήγησε στη μορφή μιας χωροεξαρτώμενης συντηρητικής δύναμης, αλλά σίγουρα δε θα έχει καμιά από τις «χάρες» της.

Για να ξεχωρίσουμε αν μια δύναμη είναι γνήσια χωροεξαρτώμενη, πρέπει ως πρώτο βήμα να «σταματήσουμε» το χώρο και να αφήσουμε το χρόνο να κυλήσει. Πρέπει έστω νοητικά να σταματήσουμε το σώμα σε κάποιο σημείο.

Αν η δύναμη με σταματημένο το σώμα είναι ακριβώς ίδια όπως και πριν το σταματήσουμε (εφόσον είμαστε στο ίδιο σημείο), είναι μια καλή ένδειξη ότι μπορεί και να είναι χωροεξαρτώμενη.

Αν η δύναμη με σταματημένο το σώμα αλλάξει, σίγουρα δεν είναι χωροεξαρτώμενη.

Έτσι αποκλείονται οι φιλοδοξίες των τριβών να γίνουν συντηρητικές δυνάμεις!!!

Αν δε θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε νοητικά χέρια που αρπάζουν τα σώματα, ως περιμένουμε να δούμε τι θα συμβεί σε μια πιθανή κρούση, ή τέλος πάντων τη συμπεριφορά των σωμάτων σε κάποιο άλλο φαινόμενο.

Με λίγα λόγια, πρέπει να πάψουμε να τα βλέπουμε μόνο να κινούνται και να είμαστε ικανοποιημένοι με την εξίσωση κίνησής τους.

Πρέπει να περιμένουμε να μας δείξουν ή να τα προκαλέσουμε να μας δείξουν «πώς θα αλληλεπιδράσουν με το περιβάλλον τους».

Μετά από όλα αυτά;

Μετά από όλα αυτά είναι απόλυτα σίγουρο, ότι όχι μόνο δεν πρέπει να πειράξουμε τη μαθηματική αυστηρότητα του μοντέλου «απλός αρμονικός ταλαντωτής», αλλά ότι επιβάλλεται να το συνδέσουμε με όλα τα χαρακτηριστικά με τα οποία το προικίζει η χωροεξαρτώμενη δύναμη.

Είναι απαίτηση, αν θέλουμε να γράφουμε με μαθηματική αυστηρότητα και να σκεφτόμαστε με συνέπεια.

Σύμφωνα λοιπόν με όσα αναφέρθηκαν μέχρι εδώ,

η κύλιση του κυλίνδρου με την επίδραση ελατηρίου δεν είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

Αν επιχειρήσουμε να θεωρήσουμε την κύλιση α.α.τ., αυτόματα η συνισταμένη δύναμη $F = -2/3 kx$, που προκαλεί τη μεταφορά συνδέεται με δυναμική ενέργεια και οι τριβές που έχουν ίδια μορφή, γίνονται συντηρητικές δυνάμεις. Και τότε η κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο με τριβή ολίσθησης θα γίνει ίδια με την ελεύθερη πτώση και η διαστρέβλωση καθημερινό φαινόμενο!!

Με άλλα λόγια, αν συνδέσουμε την κύλιση με α.α.τ. το μόνο που θα καταφέρουμε θα είναι, όπως είδαμε, να ανοίξουμε πληγές, όχι μόνο στην α.α.τ., αλλά και σε άλλες πολλές περιοχές της Φυσικής. Θα ανοίξουμε τόσες πληγές παντού, που θα καταρρεύσουν ολόκληρα κομμάτια της Φυσικής, της φυσικής σκέψης, της «Φυσικής μας καθημερινότητας».

Ο μόνος που θα βγει κερδισμένος θα είναι μια άκρατη διαστροφική ασκησιολογία, χωρίς διδακτικούς σκοπούς και χωρίς παιδαγωγικούς στόχους.

Είναι άδικο για τη συλλογιστική μας φαρέτρα να απορρίψουμε το μοντέλο α.α.τ. ή να το αλλάξουμε και να το αποδυναμώσουμε, επειδή δεν ενδιαφέρεται να περιγράψει συστήματα όπως ο κύλινδρος, που κυλίνεται με την επίδραση ελατηρίου.

Το μοντέλο απλός αρμονικός ταλαντωτής δε μπορεί να εντάξει μέσα του την κύλιση του κυλίνδρου, όχι γιατί είναι ανίσχυρο ή γιατί είναι ελλιπές ή γιατί είναι ένα καθαρά μαθηματικό-εγκεφαλικό κατασκεύασμα χωρίς αντίκτυπο στη φυσική πραγματικότητα, αλλά γιατί δε φτιάχτηκε για να περιγράφει τέτοια πράγματα.

Έτσι κάνουν όλα τα μοντέλα και όλες οι θεωρίες. Έχουν περιοχή εφαρμογής. Μακάρι να είχαμε κάτι που να τα περιέγραφε όλα!!!

Όχι μόνο η (συνολική) κίνηση του κυλίνδρου, καθώς κυλάει με τη βοήθεια ελατηρίου, δε μπορεί να θεωρηθεί απλή αρμονική ταλάντωση, αλλά ούτε κι οι επιμέρους συνιστώσες της (μεταφορική, περιστροφική).

Ένα παράπλευρο συμπέρασμα

Στη θέση αυτή και πριν προχωρήσουμε, ας τονίσουμε κάποιο συμπέρασμα που βγαίνει από τα παραπάνω

Δεν αρκεί να λέμε

«Για να αποδείξουμε ότι ένα υλικό σημείο κάνει α.α.τ. αρκεί να αποδείξουμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων πάνω του είναι της μορφής $F=-Dx$.»

Πρέπει να λέμε

(εννοείται όχι στους μαθητές, οι οποίοι έτσι κι αλλιώς έχουν «χάσει το παιχνίδι» και μόνο με τον κινηματικό ορισμό της α.α.τ., αλλά στον εαυτό μας πρώτα απ' όλα)

«Για να αποδείξουμε ότι ένα υλικό σημείο κάνει α.α.τ. αρκεί να αποδείξουμε ότι

- Η συνισταμένη των δυνάμεων πάνω του είναι της μορφής $F=-Dx$
- Η συνισταμένη αυτή δύναμη είναι (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη
- Το υλικό σημείο δε βρίσκεται αρχικά στο ελκτικό κέντρο $x=0$ της δύναμης με ταχύτητα μηδέν (γιατί αλλιώς θα βρίσκεται σε κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας και δε θα κινείται)»

(Έτσι για άλλη μια φορά νιώθω να σχοινοβατώ όταν διδάσκω απλή αρμονική ταλάντωση και πολύ φοβάμαι τις πρωτότυπες ασκήσεις που μπορούν να μετατρέψουν δυνάμεις άσχετες όπως μια τριβή, σε δυνάμεις της μορφής $F=-Dx$. Τότε με ποιο επιχείρημα θα συγκρατήσω το μαθητή εκείνο, που ακόμη έχει το κουράγιο να συλλογίζεται, να μην εφαρμόσει κατά τη λύση των ασκήσεων αυτών το φορμαλισμό της α.α.τ. και να μη συνδέσει την τριβή με δυναμική ενέργεια;)

Μοντέλο, πείραμα και καθημερινότητα

(ή αλλιώς θα διαφωνήσω απόλυτα όταν τίθεται θέμα προτύπων μόνο στην α.α.τ. και δεοντολογίας στη διδασκαλία της)

Ο ρόλος του μοντέλου α.α.τ. τελειώνει, μόλις καθοριστούν η δύναμη, εντοπιστούν οι ιδιότητές της, δοθούν κάποιες έννοιες, κάποιιοι ορισμοί, κάποια θεωρήματα κ.λ.π.

Τελειώνει, όταν εντοπιστούν όλα τα χαρακτηριστικά με τα οποία η ξεχωριστή δύναμη $F = -Dx$ προκρίξει την κίνηση α.α.τ.

Από δω και πέρα έγκειται στην ευφυΐα, στο ταλέντο και στο μεράκι του πειραματιστή, του δάσκαλου ή του οποιουδήποτε, να κάνει ανάγλυφο τον α.α.τ. ή να τον ανακαλύψει δίπλα μας.

Ένα τέτοιο εγχείρημα όμως, πρέπει να γίνεται με κάθε σεβασμό στο μοντέλο το οποίο ο πειραματιστής προτίθεται να υλοποιήσει, ειδικά μάλιστα όταν το στήσιμο της πειραματικής διάταξης ή ο εντοπισμός ενός α.α.τ. γύρω μας ή η κατασκευή μιας άσκησης με α.α.τ. απευθύνεται σε μαθητές που έχουν διδαχτεί την α.α.τ.

Ικανοί συνάδελφοι που μπορούν άνετα να επιχειρήσουν το «στήσιμο» μιας α.α.τ. υπάρχουν. Εγώ δεν έχω και μεγάλη σχέση με πειράματα. Δεν έχω τέτοιες ικανότητες. Μάλλον προς το θεωρητικό ρέπω.

Όμως μη πάμε μακριά.

Χωρίς να έχει κάποια σημασία η σειρά, ο Βαγγέλης Κουντούρης, ο Πάνος Μουρούζης, ο Γιάννης Θάνος, ο Γιώργος Ξασουλόπουλος, ο Αντώνης Αντωνίου, ίσως και άλλοι φυσικοί του δικτύου που αυτή τη στιγμή ή δε γνωρίζω ή μου διαφεύγουν, είναι ικανότατοι να εκμεταλλευτούν θαυμάσια τη βαρύτητα, τα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία, τα κατάλληλα ελατήρια, τις σταθερές δυνάμεις κ.λ.π. και να στήσουν μια αξιοπρεπέστατη απλή αρμονική ταλάντωση.

Και λέω αξιοπρεπέστατη, για να τονίσω ότι το στήσιμο αυτό, ίσως γίνει σε καθορισμένα όρια χώρου και σε καθορισμένα, αλλά ικανοποιητική, προσέγγιση μετρήσεων.

Σάματις όρια και προσέγγιση δεν επιδιώκουμε όταν κάνουμε πειράματα στα οποία δε θέλουμε να έχουμε τριβές ή αντιστάσεις αέρα;

Σάματις όρια και προσέγγιση δεν επιδιώκουμε όταν μιλάμε ή στήνουμε, για παράδειγμα, ένα ομογενές πεδίο; Ξέρουμε πολλά ομογενή πεδία με τέλεια ακρίβεια του όρου;

Πάντα σε ένα πείραμα υπάρχουν επιδιωκόμενα όρια προσέγγισης.

Δεν είναι μόνη η α.α.τ. στην οποία θα «επιδιώξουμε» όρια και προσέγγιση.

Τόσα και τόσα «πράγματα» διδάσκουμε που δεν υπάρχουν ακριβώς, αλλά μπορούμε να τα κάνουμε να υπάρχουν με πείραμα ικανοποιητικής ακρίβειας. Όχι για λόγους άσκοπης ενασχόλησης και «παραμυθιασμού» μας, αλλά γιατί η αξία τους παρακάμπτοντας τη μαθηματική ακρίβεια ενός πειραματικού αποτελέσματος, στοχεύει στη μεθοδολογία με την οποία διαβάζουμε τη Φύση και στην ισχυροποίηση του λόγου μας. Και είναι το πιο σοβαρό από όλα να έχουμε ισχυρό λόγο, γιατί τότε μόνο θα έχουμε και ισχυρή σκέψη όταν κοιτάμε τη Φύση.

Στη φθίνουσα ταλάντωση τα μαθηματικά δεν προβλέπουν ότι θα σταματήσει ποτέ η κίνηση. Εντούτοις οι πειραματικές μας απαιτήσεις ακρίβειας σταματούν αρκετά γρήγορα. Αυτός όμως δεν είναι λόγος ούτε για να πετάξουμε τη μαθηματική μελέτη της φθίνουσας, ούτε τα πειράματα ως ανακριβή.

Το χειρότερο όμως δεν είναι η περίπου ακρίβεια που επιδιώκουμε, ούτε το κατά πόσο η μαθηματική ακρίβεια συμβαδίζει με την πειραματική προσέγγιση (*αυτό ας προβληματίσει τον κάθε ένα που έχει σπουδάσει Φυσική*). Το χειρότερο είναι ότι πολλές φορές διδάσκουμε πράγματα που δεν υπάρχουν πουθενά στον Κόσμο, ούτε και ως προσέγγιση!!! Διδάσκουμε πράγματα που είναι ανύπαρκτα!!!!

Τέλος πάντων. Εκείνο που θέλω να πω είναι ότι δεν πρέπει να υποτιμούμε τη διδακτική αξία του μοντέλου α.α.τ.

- Πόσα από όσα διδάσκουμε στο κύκλωμα LC (*χωρίς αντίσταση και ακτινοβολία*) έχουν σχέση με την πραγματικότητα;
- Πόσα από όσα διδάσκουμε στο κεφάλαιο «Μηχανική στερεού» (*όπου σώματα σε οριζόντιο έδαφος με τριβή δε προβλέπεται να σταματήσουν ποτέ αν μπουν σε κύλιση*) έχουν σχέση με την πραγματικότητα;
- Πόσα από όσα διδάσκουμε στα κύματα $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ έχουν σχέση με την πραγματικότητα;
 Ή μάλλον, αφού αυτό το πράγμα $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ που γράφουμε στον πίνακα δεν υπήρξε πουθενά και ποτέ, γιατί το διδάσκουμε και το γράφουμε;
- Πόσα από όσα διδάσκουμε στη θερμοδυναμική και στην κινητική θεωρία στη Β' Λυκείου έχουν σχέση με την πραγματικότητα;
- Πόσα από όσα διδάσκουμε στην κίνηση χωρίς αέρα και τριβές έχουν σχέση με την πραγματικότητα;
- Πόσα από όσα διδάσκουμε στις βολές, στην πτώση των σωμάτων και σε ομογενή βαρυτικά πεδία έχουν σχέση με την πραγματικότητα;

➤ **Φτάνουμε να διδάσκουμε διπλή φύση φωτός!!! Και το αντέχουμε!!! Και δε διαμαρτυρόμαστε!!**

Όταν, από ότι λένε, διπλή φύση έχουν οι Άγγελοι και τριπλή ο Θεός, εμείς καλύπτουμε την αδυναμία μας να γνωρίζουμε, να κατανοούμε, να περιγράφουμε και να διδάσκουμε τη μία και μοναδική πανέμορφη Φύση με την ανεντιμότητα ότι το φως έχει διπλή φύση;

Κι αυτό το λανσάρουμε για γνώση στα παιδιά; Το διπλή φύση φωτός είναι γνώση;

Τί είναι αυτό το φως, που σε μια Φύση τόσο μία και τόσο μοναδική, έχει διπλή φύση, όταν όλα τα άλλα πράγματα της Φύσης έχουν μονή φύση;:::;;

(Αυτό, το ότι δηλαδή το φως είναι δύο πράγματα συγχρόνως, μου θυμίζει την ανεκδιήγητη φράση που δυστυχώς συντηρούμε «το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις...». Σιγά μην εκτελεί πέντε ή διακόσιες ταυτόχρονα. Ο μόνος που ζει και βιώνει την ανεξαρτησία των κινήσεων είναι ο Τσάρλι το κογιότ, όταν κυνηγάει τους μπιπ-μπιπ. Τρέχει οριζόντια ευθύγραμμα ομαλά, μετά συνειδητοποιεί τί συμβαίνει και ... πέφτει ελεύθερα)

Δυστυχώς φράσεις των Θρησκευτικών («διπλές και τριπλές φύσεις») μεταφέρονται στη Φυσική και τις διδάσκουμε χωρίς κανένα πρόβλημα.

- Στο πρότυπο του Bohr όσα διδάσκουμε δεν έχουν καμία σχέση, όχι μόνο με την καθημερινότητά μας, αλλά ούτε και με το χώρο στον οποίο απευθύνεται το πρότυπο, δηλαδή το άτομο.
Είναι ένα μοντέλο τελείως ξεπερασμένο και αναληθές.
Εν τούτοις το διδάσκουμε ελαφριά τη καρδιά, όταν στη Χημεία τα παιδιά διδάσκονται τροχιακά

Ποιος έχει τις ευθύνες που στη Γ' Λυκείου τα παιδιά διδάσκονται Bohr στη Φυσική, όταν στη Χημεία διδάσκονται τροχιακά;

Στη Φυσική της Γ' Λυκείου, τελειώνοντας την ενότητα «μοντέλο Bohr» πρέπει να λέμε στα παιδιά «*ό,τι σας είπα, ό,τι μόλις τώρα σας δίδαξα και θα σας εξετάσω και θα σας βαθμολογήσω δεν ισχύει πια*».

Νομίζω ότι εδώ πρέπει να θέσουμε θέμα προτύπων. Όσο δε θέτουμε το μόνο που καταφέρνουμε είναι να χαλιόμαστε και να χαλάμε τις αντιδράσεις και τη σκέψη των παιδιών.

Στο πρότυπο Bohr, όχι μόνο διδάσκουμε πράγματα που δεν ισχύουν πουθενά, αλλά στο τέλος της διδασκαλίας μας λέμε στα παιδιά «*ό,τι σας είπα δεν ισχύει. Ό,τι σας είπα είναι λάθος, γιατί είναι ένα ξεπερασμένο μοντέλο!*»

Το μόνο που κάνουμε είναι να μεταφέρουμε στα παιδιά τη μετριότητα της πολιτικής μας ζωής, όπου ο κάθε πολιτικάντης μπορεί να λέει ό,τι νάναι, εξασφαλισμένος από το γεγονός ότι κανένας από αυτούς που τον ακούνε, δε θα του ζητήσει ευθύνες, γιατί απλούστατα ο κακομοίρης που τον ακούει δεν έχει σκέψη για να ανακαλύψει και να αποδώσει ευθύνες.

Και αλλάζω το ερώτημα:

Πόσες φορές και σε ποια κομμάτια της Λυκειακής (και όχι μόνο) Φυσικής, διδάξαμε και διδάσκουμε την πραγματικότητα; Προσεγγίσεις μιας πραγματικότητας διδάσκουμε. Προσεγγίσεις, που άλλοτε είναι ικανοποιητικές (α.α.τ) και άλλοτε τραγωδίες (στερεό, κύμα).

Δε νομίζω ότι πρέπει να εξαντλήσουμε την αυστηρότητά μας στο μοντέλο του α.α.τ., το οποίο στο κάτω κάτω εύκολα γίνεται αντιληπτό με τη βοήθεια ενός ελατηρίου, μόνο και μόνο γιατί δεν υπάρχουν πολλά παραδείγματα α.α.τ. από την καθημερινότητά μας.

Όταν σε κάποια προηγούμενή μου ανάρτηση είπα να μην ασχολούμαστε με το ελατήριο γιατί είναι ένα «φάντασμα», δεν εννοούσα να πετάξουμε το ελατήριο. Το είπα μόνο και μόνο για να τονίσω ότι το μοντέλο α.α.τ. θέλει μια χωροεξαρτώμενη δύναμη, χωρίς να νοιάζεται από πού θα προέλθει αυτή. Το ελατήριο κάνει ανάγλυφα κάποια πράγματα που αφορούν την α.α.τ., αλλά δεν πρέπει να συνδέσουμε την α.α.τ. σώνει και καλά με ελατήρια. Και ακόμη χειρότερα με τις σπείρες του, τις μάζες του, την εσωτερική του δομή, την ενέργειά του κ.λ.π.

Η απλή αρμονική ταλάντωση ενδιαφέρεται για μια μάζα σε ένα πεδίο μιας χωροεξαρτώμενης δύναμης $F = -Dx$

Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να μη γεμίζει με παραδείγματα τον καθημερινό μας κόσμο (πέρα από κάτι ελατήρια και απλά εκκρεμή), αλλά σίγουρα

- μπορεί να πραγματοποιηθεί ως πείραμα
- βρίσκει εφαρμογές ως μοχλός κατανόησης κάποιων φαινομένων (φθίνουσα, εξαναγκασμένη κ.λ.π.)
- βρίσκει εφαρμογές σε άλλα πεδία που δεν είναι και τόσο της καθημερινότητάς μας
- ανοίγει στη σκέψη μας νέους ορίζοντες γιατί την πλουτίζει με νέες έννοιες
-

Γι' αυτό η απλή αρμονική ταλάντωση αποτελεί κίνηση ξεχωριστή και μοντέλο, που όχι μόνο περιλαμβάνεται σε αυτό που λέμε Φυσική, αλλά και διδάσκεται παγκοσμίως.

Γιατί θα πρέπει η αυστηρότατη μαθηματική λογική με την οποία είναι εφοδιασμένη η α.α.τ. και η οποία δεν αφήνει περιθώρια νοητικών ακροβασιών, να θεωρείται λόγος απόρριψής της και από την πραγματικότητα και από τη διδασκαλία;

Γιατί θα πρέπει να την τανύσουμε μέχρι ξεχειλώματος ώστε να μπουν μέσα της πράγματα τα οποία σίγουρα, έστω και αν τώρα μας διαφεύγουν, κάποια στιγμή θα προκαλέσουν την κατάρρευση του μοντέλου;

Το μοντέλο α.α.τ. δε φτιάχτηκε για όλη την καθημερινότητά μας. Η φιλοσοφία του, οι έννοιες που καθιερώνει και η αξία του είναι πολύ μεγάλη. Το αν όμως πρέπει ή δεν πρέπει να το διδάξουμε γιατί δεν μπορεί να αγκαλιάσει οτιδήποτε ταλαντώνεται γύρω μας, αυτό είναι μια άλλη υπόθεση.

Αλλά να χαλάσουμε την αυστηρότητα του φορμαλισμού του για να μπουν και άλλες ταλαντώσεις μέσα του, δεν είναι σωστό.

Δεν είναι σωστό να το σπαταλήσουμε ώστε να περιλάβει μέσα του ό,τι πηγαίνει πέρα δώθε, από έμβολα, προβολές, σκιές και πιστόνια μέχρι κυλίνδρους, τριβές και αντιδράσεις δαπέδων. Θα φτάσουμε σε διαστροφές.

Αυτά τα συστήματα περιγράφονται θαυμάσια με άλλο τρόπο, χωρίς να διακυβεύεται η αξία της α.α.τ. Γι' αυτά τα συστήματα υπάρχει ήδη άλλη φρασεολογία, άλλοι όροι, άλλες έννοιες.

Το μοντέλο α.α.τ. είναι πολύτιμο στη συλλογιστική μας και, όπως έδειξα σε αυτό το κείμενο, αποτελεί εγγύηση ότι δε θα καταρρεύσουν τόσα και τόσα που ξέρουμε στη Φυσική.

Γιατί πρέπει να πειράξουμε την αυστηρότητά του για να βάλουμε το όνομά του σε κάποιες κατασκευές ή σε κάποιες ασκήσεις; Αφού αυτές λύνονται θαυμάσια χωρίς ούτε ένα νοηματικό ή μαθηματικό λάθος και χωρίς να γίνει αναφορά ούτε στις έννοιες, ούτε στη δομή του α.α.τ. γιατί να διαλύσουμε τον α.α.τ.

Είναι δυνατό να απαιτούμε από μοντέλο, όπως ο α.α.τ., που φτιάχτηκε αποκλειστικά για φυσικά φαινόμενα με παρόν και μέλλον προβλέψιμο και εμπλουτίστηκε με έννοιες που κάνουν τον Κόσμο μας να αποκτά άλλη χροιά και έκταση και τη σκέψη μας ικανή για πιο δυνατές περιγραφές, να καλύψει σκιές και φώτα και προβολές σημείων σε κύκλους αναφοράς και πιστόνια και έμβολα και μύτες από περιστρεφόμενα διανύσματα και μετά να το κατηγορούμε γιατί δεν τα καλύπτει όλα αυτά;

Είναι δυνατό να «κατηγορούμε» ένα μοντέλο ότι είναι μαθηματικό και άρα ιδανικό κι ανύπαρκτο, όταν ο μόνος τρόπος για να προσεγγίσουμε μια τόσο παράξενη Φύση είναι με μαθηματικά μοντέλα;

Τί θέλουμε τελικά από τον α.α.τ.;

Ή μάλλον γιατί δεν είναι αποδεκτό το γεγονός ότι όταν σε κάποια περιοχή της Φυσικής, όπως ο α.α.τ., ορίζονται μεγέθη με συνέπεια και μαθηματική αυστηρότητα, σίγουρα δε θα χωρέσει η ρευστότητα όλων όσων πάνε πέρα δώθε.

Αν νομίζετε ότι αυτό είναι αδυναμία, επιχειρείστε να φτιάξετε ένα δικό σας μοντέλο που να χωρέσουν όλα όσα νομίζετε και θέλετε. Γρήγορα θα διαπιστώσετε ότι στο τέλος δε φτιάξατε τίποτε που να μην υπήρχε ήδη. Το ίδιο σκορπιοχώρι που υπήρχε πριν και ακόμη χειρότερο θα υπάρχει και μετά. Όχι μόνο δε θα έχετε φτιάξει απολύτως τίποτε, αλλά το χειρότερο θα έχετε φτωχύνει τη σκέψη και τη γλώσσα της.

Ο μόνος που ανυπομονεί να χαλάσουμε την έννοια της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι η άκρατη ασκησιολογία

Επιγραμματικά λοιπόν:

Η απλή αρμονική ταλάντωση, η λογική της, ο αυστηρότατος φορμαλισμός της και η σύνδεσή της με την πραγματικότητα είναι πολύ καλύτερες από πολλά άλλα που διδάσκουμε (π.χ. κύματα, κύλιση στερεού, κυκλώματα LC, σύνθεση απλών αρμονικών ταλαντώσεων, πρότυπο Bohr, διπλή φύση φωτός).

Αν πρόκειται κάτι να πετάξουμε από τη διδασκαλία της Φυσικής Γ' Λυκείου αυτή σίγουρα δεν είναι η απλή αρμονική ταλάντωση.

Τιοιον αφορά το μοντέλο του απλού αρμονικού ταλαντωτή;

Απλή αρμονική ταλάντωση είναι η (μονοδιάστατη) κίνηση υλικού σημείου κάτω από την επίδραση (χωροεξαρτώμενης) δύναμης της μορφής $F = -Dx$.

Η κίνηση αυτή για λόγους λεκτικής ισορροπίας με άλλες κινήσεις λέγεται και **ελεύθερη αρμονική ταλάντωση χωρίς απόσβεση**

Ας ξεκαθαρίσουμε ευθύς αμέσως ότι η α.α.τ. για την οποία ο λόγος, είναι μονοδιάστατη.

Δε νομίζω ότι πρέπει να μπούμε σε προβλήματα και κουβέντες για δισδιάστατους και τρισδιάστατους αρμονικούς ταλαντωτές. Δε θα προσθέσει και δε θα αφαιρέσει στην φιλοσοφία, στην επιχειρηματολογία και στη συλλογιστική μας ικανότητα τίποτε περισσότερο ή λιγότερο από όσα αναφέρθηκαν.

Το μοντέλο α.α.τ., όπως το ξέρουμε και εν μέρει διδάσκουμε στο σχολείο, είναι απλό, κρυστάλλινο, πανίσχυρο μαθηματικά, εφελτήριο για καινούριες «κατακτήσεις» και με δυναμική εφαρμογής, σε φυσικά φαινόμενα και θεωρίες, αξεπέραστη.

Οι εφαρμογές του μοντέλου α.α.τ. σε διάφορους τομείς της Φυσικής μπορεί να μη διδάσκονται στο Σχολείο, αλλά ήδη έχουν τονιστεί από συναδέλφους όπως ο Διονύσης, ο Νίκος, ο Ξενοφών και άλλους ίσως, που αυτή τη στιγμή μου διαφεύγουν και ας με συγχωρέσουν.

Το να μιλήσω περισσότερο για την αξία του μοντέλου, νομίζω ότι είναι περιττό. Δεν υπάρχει φυσικός που να μη το βρήκε και ξαναβρήκε μπροστά του, όχι απλά σε περιοχές της Φυσικής τελείως διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά και σε ολόκληρες διαφορετικές θεωρίες. Δεν υπάρχει φυσικός που να υποτιμάει την αξία του.

Έτσι εκείνο που μένει για μας τώρα, είναι να δούμε το μοντέλο α.α.τ. στην περιοχή της Φυσικής που αυτή τη στιγμή μας ενδιαφέρει και συζητάμε.

Το μοντέλο α.α.τ., αφορά την κίνηση υλικού σημείου σε πεδίο χωροεξαρτώμενης δύναμης $F=-Dx$

Άμεση συνέπεια του παραπάνω είναι ότι

Το μοντέλο α.α.τ., σε κόσμο όπου τα σώματα έχουν διαστάσεις, αφορά την κίνηση του κέντρου μάζας ενός (απόλυτα) στερεού σώματος σε πεδίο χωροεξαρτώμενης δύναμης $F=-Dx$

Για το ποιος θα εξασφαλίσει αυτή τη δύναμη δεν είναι κάτι που αφορά το μοντέλο. Και καλά κάνει, γιατί μοντέλο είναι και δεν είναι δυνατό να επιβάλλει άχρηστους περιορισμούς. Ή για να το πούμε καλύτερα, μοντέλο είναι και πρέπει να μην επιβάλλει τέτοιους περιορισμούς, ώστε να εξασφαλίσει την όσο το δυνατό μεγαλύτερη εφαρμογή του, σε όσο το δυνατό διαφορετικές περιοχές, με όσο το δυνατό περισσότερα «εργαλεία».

A-νόητα ερωτήματα

Ο κακός διαχρονικός δαίμονας των φυσικών είναι τα α-νόητα ερωτήματα. Και κάθε φορά που πέφτω επάνω τους είναι αδύνατο να μη θυμηθώ πόσοι άνθρωποι χάσανε τη ... ζωή τους για αυτά. Λέγεται ότι ο Γαλιλαίος παρά τρία να καεί για ένα α-νόητο ερώτημα:

«Η Γη γυρίζει γύρω από τον Ήλιο ή ο Ήλιος γύρω από τη Γη»

Η ζωή ενός ανθρώπου κρεμασμένη σε ένα ερώτημα χωρίς νόημα.

Η απάντηση πολύ απλή και αυτοί που ήταν και είναι έτοιμοι να δεχτούν την απλότητά της πολύ λιγότεροι:

Πες μου το σύστημα αναφοράς να σου πω ποιος κινείται

Λυπάμαι το παιδάκι του Δημοτικού που του λένε ότι η Γη κι εμείς μαζί πάνω της γυρίζουμε γύρω γύρω από τον Ήλιο και ότι τελικά εμείς κινούμαστε «στην πραγματικότητα» και όχι ο Ήλιος!!!! Μα το κακόμοιρο βλέπει στις 12 τον Ήλιο πάνω από το κεφάλι του και μετά από ώρες να χάνεται στα δυτικά βουνά.

Ο Ήλιος πέρασε πάνω από το κεφάλι του παιδιού και η Δασκάλα του λέει ότι «στην πραγματικότητα» το παιδάκι κουνήθηκε.

Ούτε βήμα δεν έκανε το παιδάκι και η Δασκάλα του λέει ότι αυτό κινείται και όχι ο Ήλιος.

Και το παιδάκι δε λέει στη Δασκάλα να του δείξει έναν άνθρωπο που είδε ποτέ τη Γη να γυρίζει γύρω από τον Ήλιο!!!

Τέλος πάντων.

Κάθε φορά που συζητιέται το θέμα του απλού αρμονικού ταλαντωτή μπαίνουν διάφορα ερωτήματα τα οποία είναι α-νόητα (συγχωρέστε με για τη λέξη αλλά είναι κυριολεκτική):

- Τί κίνηση εκτελούν τα κομμάτια ή τα υλικά σημεία ενός στερεού αν το στερεό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση;
- Αν μεταξύ ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. με την επίδραση ενός ελατηρίου και του ελατηρίου βάλουμε ένα άλλο σώμα ή ένα χαλκά ή ένα σύνδεσμο παύει το πρώτο σώμα να εκτελεί α.α.τ.;
- Αν ένα σώμα είναι πάνω στο άλλο και το σύστημα εκτελεί α.α.τ. είναι δυνατό να λέμε το σύστημα εκτελεί α.α.τ. , αλλά κανένα από δύο σώματα μόνο του δεν εκτελεί α.α.τ.;
- Α.α.τ. κάνει μόνο το υλικό σημείο που ακουμπά το ελατήριο και όλα τα άλλα υλικά σημεία όχι, έστω κι αν μεταξύ τους υπάρχουν σύνδεσμοι;

κ.λ.π.

Προφανώς τα παραπάνω ερωτήματα αφορούν στερεό και συστήματα που κάνουν αποκλειστικά μεταφορική κίνηση, μιας και η περιστροφή θα έδινε γενικά στα διάφορα υλικά σημεία του στερεού ή στα τμήματα ενός συστήματος, εξισώσεις κίνησης, τροχιές, ταχύτητες κ.λ.π. που δε θα έχουν καμιά σχέση με α.α.τ.

Για να γίνουν τα πράγματα διάφανα και να μπορέσουμε να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα **Θα πρέπει πρώτα από όλα εμείς να πιστέψουμε** (*) ότι το πρότυπο του απλού αρμονικού ταλαντωτή δεν κατασκευάστηκε για να κάνει απλώς μια κινηματική περιγραφή και τίποτε άλλο.

Δε φτιάχτηκε για να γράψουμε μόνο μια εξίσωση κίνησης και μια εξίσωση ταχύτητας. Ή για να το πω αλλιώς, δε φτιάχτηκε για να καθόμαστε να βλέπουμε το σώμα να πηγαίνει πέρα δώθε και να καταγράφουμε θέσεις και ταχύτητες.

Φτιάχτηκε και γι' αυτά, αλλά κυρίως για να πλουτίσει τη σκέψη μας με διάφορες έννοιες (δυναμική ενέργεια, ενέργεια, διατήρηση μηχανικής ενέργειας, ελκτικά κέντρα, χρονοανεξάρτητες δυνάμεις κ.λ.π.) που θα μας κάνουν ικανούς για μια πιο δυνατή και πιο βαθιά περιγραφή και ερμηνεία του Κόσμου.

(*) Όταν τον ορισμό της α.α.τ. τον ξεκινάς με εξίσωση κίνησης, είναι πολύ δύσκολο αργότερα να ξεριζώσεις μέσα από το μαθητή την πίστη ότι το $x=A\sin(\omega t+\phi)$ μπορεί και να μην είναι α.α.τ. Πώς να του απορρίψεις έναν ορισμό που μόλις τώρα του έδωσες, χωρίς να του χαλάσεις τη σκέψη.

Ορίζουμε κάτι που δεν ισχύει; Ορίζουμε κάτι ως α.α.τ. όταν το ίδιο δυο σελίδες παρακάτω θα του πούμε ότι δεν είναι τώρα α.α.τ. αλλά εξαναγκασμένος;

Και ακόμη πιο δύσκολα θα είναι να του πεις ότι το μοντέλο α.α.τ. δε φτιάχτηκε για μια εξίσωση κίνησης, αλλά για μια ολόκληρη φιλοσοφία με την οποία θα κοιτάμε τη Φύση. Πολλές φορές τα λάθη που διδάσκουμε ο μαθητής θα τα κουβαλήσει σε όλη του τη ζωή, ακόμη κι αν γίνει φυσικός. Είναι το τίμημα που πληρώνει άδικα αυτός, όταν εμείς στη διδασκαλία μας στεκόμαστε μακριά από την αλήθεια.

Το μοντέλο του α.α.τ. φτιάχτηκε πάνω από όλα, για τη σωστή εννοιολογικά και συνεπεί-
στατη μαθηματικά **πρόβλεψη συμπεριφοράς** σε συγκεκριμένες περιοχές φυσικής, με
ικανοποιητική ακρίβεια σε φαινόμενα που μπορούν να συμβούν και άρα φτιάχτηκε για κα-
ταγραφή συμπεριφοράς της Φύσης στο παρόν και στο μέλλον.

**Με άλλα λόγια, το μοντέλο α.α.τ. δε φτιάχτηκε για να το στριμώξουμε κινη-
ματικά σε μια ταλάντωση με εξίσωση $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$.**

**Δε νοιάζεται να ξεχωρίσει αν η $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$ είναι ή όχι απλή αρμονική ταλά-
ντωση, γιατί απλούστατα κανείς δε μπορεί από την εξίσωση κίνησης και μόνο
να το ξεχωρίσει αυτό.**

Το αν η $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$ είναι ή όχι απλή αρμονική ταλάντωση θα το ξεχωρίσει η συμπερι-
φορά του σώματος σε κάποιο μελλοντικό φαινόμενο ή κατάσταση. Θα το ξεχωρίσει το
«μέλλον» που θα έρθει μόνο του ή που θα προκαλέσουμε εμείς να έρθει. Θα το ξεχωρίσουν
τα ... «crash tests» που ίσως με λίγη σκωπτική διάθεση αναφέρθηκε.

**Αλλά κυρίως θα το ξεχωρίσει η αυστηρότητα των μαθηματικών να γράφεις
 $F(x)$ και να την εννοείς ως χωρική συνάρτηση με απόλυτα καθορισμένο πεδίο
ορισμού**

Το αν το $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$ είναι α.α.τ. ή όχι δε θα το ξεχωρίσει η απλή παρατήρηση του πή-
γαινε έλα του σώματος και εννοείται ότι δε θα το ξεχωρίσει καμιά κινηματική του επεξερ-
γασία, αν αυτή περιοριστεί στην καταγραφή θέσεων και ταχυτήτων και επιταχύνσεων.

**Πρέπει να πιστέψουμε ότι το μοντέλο α.α.τ. είναι πολύ πιο πλούσιο από τη
φτώχεια που του επιβάλλει ο κινηματικός ορισμός στο σχολικό βιβλίο της Γ΄
Λυκείου. Έχει δυναμική που δεν είναι δυνατό να περιοριστεί στις περιορισμένες
φιλοδοξίες μιας κινηματικής επεξεργασίας.**

Το να κάνουμε απλή αρμονική ταλάντωση ό,τι κουνιέται πέρα δώθε, μπορεί να ικανοποιεί
κινηματικές βλέψεις αλλά δεν ικανοποιεί δυναμικές προοπτικές

Για να δούμε τη φιλοσοφία με την οποία πρέπει να σταθούμε απέναντι στα ερωτήματα που
θέσαμε στην αρχή, ας εξετάσουμε

ένα συγκεκριμένο ερώτημα:

**Στερεό εκτελεί (μεταφορική κίνηση) απλή αρμονική ταλάντωση. Τα διάφορα
τμήματά του (τα κομμάτια του, τα υλικά του σημεία) τί κίνηση κάνουν;**

Απάντηση:

Όταν λέμε ότι το στερεό εκτελεί α.α.τ. εννοούμε ότι το κέντρο μάζας του εκτελεί α.α.τ. ή
πιο αναλυτικά ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που μεταφέρουμε στο κέντρο μάζας του
στερεού είναι μια (γνήσια) χωροεξαρτώμενη, συντηρητική δύναμη $F=-Dx$.

**Αυτό μαθηματικά σημαίνει, ότι η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο κέντρο
μάζας του στερεού είναι της μορφής $F(x)=-Dx$ και έχει συγκεκριμένο πεδίο ο-
ρισμού. Θεωρητικά αυτό το πεδίο ορισμού όπως ξανάπαμε είναι το $\mathbb{R}$. Πρακτι-**

κά είναι ένα διάστημα που ικανοποιεί την προσέγγιση που επιδιώκουμε ή καλύπτει το ή τα φαινόμενα που παρατηρούμε

Εδώ θα πρέπει να επισημάνουμε ξανά, ότι όταν τα μαθηματικά λένε «μορφής $F(x)=-Dx$ », το λένε και το εννοούνε.

«Δύναμη μορφής $F(x)$ » σημαίνει μαθηματικώς καθαρή (γνήσια) χρονοανεξάρτητη (χωροεξαρτώμενη) δύναμη.

Με απλά λόγια, σημαίνει ότι μπορούμε οποιαδήποτε χρονική στιγμή και για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα μικρό ή μεγάλο (θεωρητικά άπειρο, πρακτικά από πολύ μικρό μέχρι συγκρίσιμο με αυτό που διαρκεί η παρατήρηση ή η προσέγγιση που επιδιώκουμε), να μεταφέρουμε το συγκεκριμένο σώμα σε συγκεκριμένο σημείο x του πεδίου ορισμού της $F(x)=-Dx$ και ανεξάρτητα από το αν έχει ή όχι ταχύτητα, η συνάρτηση $F(x)$ θα διατηρεί την τιμή της.

Λέμε ότι η συνάρτηση $F(x)=-Dx$ έχει πεδίο ορισμού που δεν το καθορίζει ούτε ο χρόνος, ούτε η ταχύτητα η οποία είναι μέγεθος απόλυτα συνδεδεμένο με το χρόνο.

Αν η συνάρτηση $F=-Dx$ δεν έχει αυτή τη συμπεριφορά τότε η δύναμη $F=-Dx$ δεν ήταν ποτέ (γνήσια) χρονοανεξάρτητη δύναμη, αλλά πήρε «ψεύτικη» μορφή από διάφορα μαθηματικά τερτίπια. Η κίνηση στην περίπτωση αυτή ποτέ δε δικαιούταν και δε δικαιούται το χαρακτηρισμό α.α.τ.

Αν επιχειρήσουμε να τη χαρακτηρίσουμε συντηρητική ή δύναμη επαναφοράς, το μόνο που θα καταφέρουμε θα είναι, όπως ήδη έχουμε εξηγήσει, η κατάρρευση κάθε συνεπούς συλλογιστικής και πληθώρας εννοιών.

Όταν λοιπόν το στερεό εκτελεί α.α.τ.

- Τα κομμάτια του στερεού δε μπορούν να μεταφερθούν μόνα τους σε θέση του χώρου που να ανήκει στο πεδίο ορισμού της δύναμης που ασκείται επάνω τους, αν δε μεταφερθεί μαζί τους ολόκληρο το στερεό.
- Για τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται κάποιο συγκεκριμένο κομμάτι του στερεού συνήθως δε μπορεί να γραφεί πεδίο ορισμού. Και αυτό όπως ήδη έχουμε επισημάνει δεν είναι κάτι αθώο.
- Τα κομμάτια του στερεού δε μπορούν να «χειριστούν» ως «δικές τους» κινητικές ενέργειες, δυναμικές ενέργειες, ορμές, δυνάμεις, αρχές διατήρησης, νόμους κ.λ.π. Τα κομμάτια του στερεού δηλαδή δε μπορούν να συμμετάσχουν μόνα τους σε κανένα φαινόμενο. Αυτό σημαίνει ότι δε μπορούν να μπουν σε συνεπή θεωρητική και πειραματική Φυσική, κάτι που κάνει μόνο ολόκληρο το στερεό.
- Τα κομμάτια του στερεού δεν «αλληλεπιδρούν» με το περιβάλλον ανεξάρτητα, παρά μόνο μέσα από την έννοια του στερεού.
- Τα κομμάτια του στερεού δε μπορούν «να πάθουν κάτι» που να αφορά αποκλειστικά αυτά και να μην αφορά ολόκληρο το στερεό.

Τελικά από άποψης Φυσικής, η ύπαρξη των κομματιών ενός στερεού είναι η ύπαρξη αυτού του ίδιου του στερεού. Δηλαδή δεν έχει νόημα να μιλάμε για τα κομμάτια ενός στερεού και να κάνουμε υπολογισμούς γι' αυτά σα νάναι ανεξάρτητα σώματα. Οι μόνοι υπολογισμοί που πρέπει να γίνονται για τα κομμάτια νομίζω ότι πρέπει να είναι όσοι αφορούν ή στοχεύουν το στερεό.

Η εξίσωση κίνησης των κομματιών ενός στερεού που εκτελεί α.α.τ. χωρίς να περιστρέφεται (εκτελεί μεταφορική κίνηση) σίγουρα είναι της μορφής $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$.

Αλλά αυτό είναι μια σκέτη εξίσωση κίνησης, αλλά όχι κίνηση. Αυτό το τελευταίο, το λέω με την έννοια ότι, ο,τιδήποτε πάμε να συνδέσουμε μαζί της θα είναι κάτι που ή θα αφορά

ολόκληρο το στερεό ή αν αποδοθεί στο κομμάτι ποτέ δε θα μπορέσει να χρησιμοποιηθεί από το κομμάτι σε κανένα φαινόμενο, σε καμιά πρόβλεψη αν δεν «παρευρεθεί» ολόκληρο το στερεό. Άρα είναι κάτι που δεν έχει καμιά αξία για το κομμάτι του στερεού, παρά μόνο για το στερεό.

Τι θέλω να πω;

Το στερεό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, στην οποία σαφώς και συμμετέχουν τα κομμάτια του. Αν τώρα την κίνηση των κομματιών θέλουν κάποιοι για την εννοιολογική ισορροπία «το στερεό κάνει α.α.τ. άρα και τα κομμάτια του πρέπει να κάνουν το ίδιο» να την πούνε απλή αρμονική, ας την πούνε, γνωρίζοντας όμως ότι ποτέ αυτή η κίνηση δε θα έχει τα «προικιά» μιας α.α.τ. γιατί ποτέ δε θα μπορέσει να υπάρξει μόνη της.

Είναι σα να σας λέω ότι έχω 500 εκατομμύρια ευρώ στην Ελβετία, αλλά χρησιμοποιώ μόνο το μισθό μου και ποτέ μα ποτέ δε χρησιμοποίησα και δε θα χρησιμοποιήσω αυτά τα χρήματα ό,τι και να έγινε, ό,τι και να γίνει.

Έχω δικαίωμα να λέγομαι πλούσιος; Ή μάλλον έχει κάποια αξία να υπολογίσω πόσα κότερα έχω, πόσες βίλες, πόσες γυναίκες, πόσα αυτοκίνητα, πόσα ελικόπτερα;

Θα είναι μόνο πράξεις για τις πράξεις, μιας και ποτέ ούτε θεωρητικά μπορώ να προβλέψω ούτε πειραματικά μπορώ να απομονώσω τα 500 εκατομμύρια ευρώ για να δω τί θα μου κάνουν, πόσο θα με αλλάξουν.

Αυτή η κατάσταση δε θα με ενοχλούσε καθόλου, αν έμενε εδώ.

Όμως δυστυχώς τα πράγματα δε θα σταματήσουν εκεί. Η ασκησιολαγνεία μας θα μας φέρει γρήγορα σε υπολογισμούς «μεγεθών» (επιμέρους σταθερές επαναφοράς D, επιμέρους δυναμικές και κινητικές, επιμέρους συντηρητικές δυνάμεις, επιμέρους ορμές, τριβές και αντιδράσεις δαπέδων που έγιναν συντηρητικές κ.λ.π.) που δεν πρόκειται ποτέ να υπάρξουν.

Μαθητές θα μπαίνουν σε υπολογισμούς α-νόητων μεγεθών, μεγεθών δηλαδή χωρίς κανένα νόημα, μιας και αυτά τα μεγέθη ποτέ δε θα υπάρξουν και δε θα συμμετάσχουν μόνα τους σε κανένα φαινόμενο.

Η πρότασή μου είναι να λέμε ότι το στερεό κάνει α.α.τ. αν το κέντρο μάζας του κάνει όντως α.α.τ. και να μη νοιαζόμαστε για τα κομμάτια του παρά μόνο αν πρόκειται να βρούμε κάτι που να αφορά ολόκληρο το στερεό, ώστε να μπορεί αυτό το κάτι να σταθεί μόνο του και να χρησιμοποιηθεί.

Το ίδιο ισχύει και για τα δύο σώματα που είναι το ένα πάνω στο άλλο.

Όσο δεν υπάρχει σχετική μετατόπιση των δύο σωμάτων το σύστημα κάνει α.α.τ. και τα σώματα μια αρμονική ταλάντωση. Αν δεν ενδιαφερθώ για κανένα στοιχείο της κίνησης των επί μέρους σωμάτων ας έχω την ικανοποίηση της εννοιολογικής μου ισορροπίας και ας πω ότι και τα δύο σώματα κάνουν α.α.τ.

Αν όμως πρόκειται να μπω σε υπολογισμούς μεγεθών (δυνάμεων, σταθερών, δυναμικών ενεργειών κ.λ.π.) που αφορούν τα επί μέρους σώματα σίγουρα αυτά πρέπει να αποπλιστούν από κάθε φρασεολογία που αφορά την α.α.τ. και η εξέταση να γίνει ως αρμονική ταλάντωση και όχι ως απλή, ώστε να μη βρεθούν τριβές και αντιστάσεις δαπέδων με δυναμικές ενέργειες.

Το να βάλω ένα χαλκά ανάμεσα στο ελατήριο και το σώμα δε μου λέει τίποτε.

Αν ο χαλκάς είναι ακλόνητα στερεωμένος με το ελατήριο και το στερεό τότε απλά γίνεται και αυτός κομμάτι του στερεού.

Αν όμως είναι χαλαρός σαφώς και η κίνηση του σώματος δεν είναι α.α.τ.

Θα είναι σα να βάζω ανάμεσα στο ελατήριο και το σώμα ένα νήμα. Η κίνηση δεν θα είναι πια α.α.τ. αφού θα έρθουν στιγμές που το σχοινί θα ζαρώσει και δε θα ασκεί δύναμη.

Στο ερώτημα αν μέχρι να ζαρώσει το νήμα, μπορούμε να θεωρήσουμε την κίνηση α.α.τ. η απάντηση νομίζω πρέπει να είναι όχι μόνο και μόνο για να μη γίνει η τάση του σχοινιού χωροεξαρτώμενη συντηρητική δύναμη, κάτι το οποίο σίγουρα είναι λάθος.

Στο κάτω κάτω γιατί να πούμε την κίνηση α.α.τ. αφού ό,τι χρειαζόμαστε σχετικά με το σχοινί και το σώμα μπορούμε να το υπολογίσουμε και να το περιγράψουμε χωρίς το μοντέλ

Τελειώνοντας...

Εκείνο που είναι σημαντικό και πρέπει να τονιστεί για άλλη μια φορά, είναι το γεγονός ότι ο όρος «απλή αρμονική ταλάντωση» δεν είναι ένα όνομα σκέτο, που μπορούμε να το αποδίδουμε σε οτιδήποτε πάει πέρα δώθε.

Επιβάλλεται να συνειδητοποιήσουμε, ότι λέγοντας «απλή αρμονική ταλάντωση» δεν εννοούμε απλά μια κίνηση με εξίσωση $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$, αλλά ένα ολόκληρο «πακέτο» χαρακτηριστικών με τα οποία η χωροεξαρτώμενη συντηρητική δύναμη $F=-Dx$ προικίζει αυτή την συγκεκριμένη κίνηση.

Έτσι λοιπόν, μετά από όσα είπαμε στο κείμενο αυτό, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι

- Οι αρμονικοί όροι μιας ανάλυσης *Fourier* δεν είναι α.α.τ
- Ιμάντες, τροχοί, μοτέρ, μηχανικοί παλμογράφοι και πιστόνια που πάνε πέρα δώθε, δεν είναι α.α.τ.
- Σκιές, προβολές γεωμετρικών σημείων, φωτεινές δέσμες, μύτες από περιστρεφόμενα διανύσματα κ.λ.π. δεν είναι α.α.τ.
- Η κύλιση στερεού, πάνω στο οποίο εκτός των άλλων δυνάμεων δρα και στατική τριβή, δεν είναι α.α.τ.
- Τριβές, αντιδράσεις δαπέδων, τάσεις σχοινιών κ.λ.π. δεν επιτρέπεται να αντιμετωπίζονται ως χωροεξαρτώμενες συντηρητικές δυνάμεις και να σχετίζονται με α.α.τ. έστω κι αν πάρουν τη μορφή $-Dx$. Η μορφή αυτή είναι **ψεύτικα** χωροεξαρτώμενη, οφειλόμενη αποκλειστικά σε μαθηματικά τερτίπια και κυρίως στο γεγονός ότι έχει εμπλακεί στους υπολογισμούς μας (γνήσια) χωροεξαρτώμενη δύναμη ως προς την οποία λύθηκε το σύστημα των διαφόρων δυνάμεων.
- Ό,τι έχει ως εξίσωση κίνησης την $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$ δεν είναι απαραίτητα α.α.τ. Ο ορισμός της α.α.τ. δε μπορεί να είναι κινηματικός δοσμένος μέσω της εξίσωσης κίνησης $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi)$, αλλά υποχρεωτικά πρέπει να γίνει αναφορά στη δύναμη $F=-Dx$ και στις αρχικές συνθήκες που θα επιβληθούν στο υλικό σημείο (*)

(*) Ένα υλικό σημείο σε περιβάλλον όπου υπάρχει δύναμη $F=-Dx$, αν βρεθεί με αρχικές συνθήκες $x_0=0$ και $v_0=0$ δε θα εκτελέσει α.α.τ., αλλά θα βρίσκεται σε κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας.

- Δεν αρκεί να λέμε «για να αποδείξω ότι το σώμα κάνει α.α.τ. αρκεί να δείξω ότι η συνισταμένη έχει τη μορφή $F=-Dx$ », αλλά να το εννοούμε με την αυστηρότητα των μαθηματικών.

Το να προστατεύουμε το μοντέλο α.α.τ. που φιλοδοξεί να περιγράψει κάτι από τη Φύση και να προβάλλουμε την ακρίβεια των εννοιών και των σχέσεων που το κάνουν πανίσχυρο και διαφανές, δεν είναι σχολαστικισμός, δεν είναι μαθηματικολαγνεία, αλλά υποχρέωσή μας.

Και θα ήταν άδικο για τη δυναμική του μοντέλου «απλός αρμονικός ταλαντωτής», για τις προοπτικές που δίνει στη σκέψη μας και για τις γωνίες θέασης της Φύσης που εξασφαλίζει, να απαιτήσουμε να περιγράψει με μαθηματική και εννοιολογική συνέπεια οποιαδήποτε παλινδρομική κίνηση ή το πηγαινέλα σκιών και προβολών.

Δε γίνεται να το κάνει αυτό, γιατί απλά δε φτιάχτηκε για κάτι τέτοιο.

Κυριακή, 14 Νοεμβρίου 2010

Θρασύβουλος Κων. Μαχαίρας
Γενικό Λύκειο Αγριάς
Πτήλιο

s7-kmgh@otenet.gr

(Το κείμενο αυτό υποστηρίζεται και συμπληρώνεται από τις υπόλοιπες αναρτήσεις που έκανα στη συζήτηση «Λάθη στη διδασκαλία της απλής αρμονικής ταλάντωσης» στη διεύθυνση

<http://ylikonet.gr/group/themata/forum/topics/lhathe-ste-didaskalia-tes>)