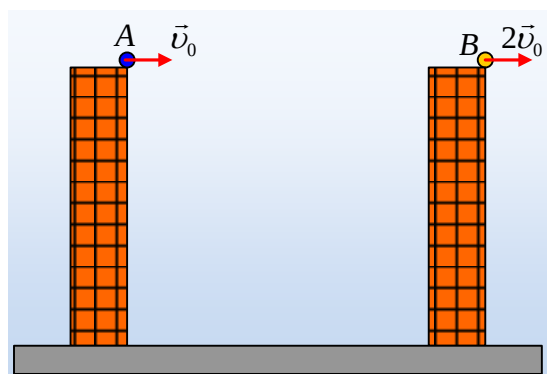


Εκτόξευση με διαφορετικές ταχύτητες.

Από τις ταρατσες δύο πολυκατοικιών και από το ίδιο ύψος, εκτοξεύονται ταυτόχρονα δυο μικρές μπάλες Α και Β, ίδιας μάζας, με οριζόντιες ταχύτητες μέτρων v_0 και $2v_0$, όπως στο σχήμα, στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Οι μπάλες φτάνουν στο έδαφος, χωρίς η Α να κτυπήσει στην δεξιά πολυκατοικία.



i) Η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων:

- α) παραμένει σταθερή.
- β) Είναι ανάλογη με το χρόνο κίνησης.
- γ) Είναι ανάλογη με το τετράγωνο του χρόνου.
- δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

Για μια στιγμή t_1 και πριν φτάσουν οι μπάλες στο έδαφος:

ii) Μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια έχει:

- α) Η μπάλα Α, β) Η μπάλα Β, γ) Έχουν ίσες δυναμικές ενέργειες.

iii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια έχει:

- α) Η μπάλα Α, β) Η μπάλα Β, γ) Έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

iv) Μεγαλύτερο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχει:

- α) Η μπάλα Α, β) Η μπάλα Β, γ) Έχουν ίσους ρυθμούς μεταβολής.

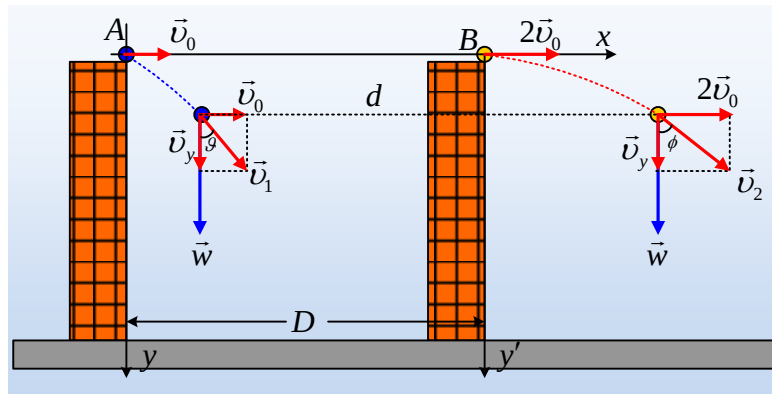
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Θεωρούμε το σύστημα αξόνων x, y για την Α μπάλα και το σύστημα x', y' για την Β, όπως στο παρακάτω σχήμα και θεωρώντας τις δυο κινήσεις σύνθετες, αποτελούμενες από μια ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και μια ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη, έχουμε τις εξισώσεις:

μπάλα Α		μπάλα Β	
Άξονας x	Άξονας y	Άξονας x'	Άξονας y'
$v_{1x}=v_0$ (1)	$v_{1y}=gt$ (3)	$v_{2x}=2v_0$ (5)	$v_{2y}=gt$ (7)
$x=v_0t$ (2)	$y_1=\frac{1}{2}gt^2$ (4)	$x_2=2v_0t$ (6)	$y_2=\frac{1}{2}gt^2$ (8)

Από τις εξισώσεις (4) και (8) προκύπτει ότι κάθε στιγμή, οι δυο μπάλες διανύουν ίσες αποστάσεις στην κατακόρυφη διεύθυνση, ευρισκόμενες στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο παρακάτω σχήμα, ενώ έχουν αποκτήσει και ίσες συνιστώσες ταχύτητας v_y , όπως δείχνουν οι εξισώσεις (3) και (7).



- i) Αλλά τότε οι δυο μπάλες απέχουν απόσταση d , κάθε στιγμή ίση με:

$$d = D - x_1 + x_2$$

όπου D η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων εκτόξευσης, οπότε:

$$d = D - v_0 \cdot t + 2v_0 \cdot t = D + v_0 \cdot t$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι η απόσταση μεταξύ τους, αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, χωρίς να είναι όμως ανάλογη του χρόνου. Σωστή η δ) πρόταση.

- ii) Αν οι μπάλες εκτοξεύονται από ύψος H , τότε μετά από χρόνο t έχουν δυναμική ενέργεια:

$$U = mgh = mg(H - y) = mg\left(H - \frac{1}{2}gt^2\right)$$

Σωστή η γ) πρόταση.

- iii) Η κινητική ενέργεια της Α μπάλας είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m(v_0^2 + g^2t^2)$$

Ενώ αντίστοιχα της Β:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m(4v_0^2 + g^2t^2)$$

Συνεπώς $K_2 > K_1$ και σωστή η β) πρόταση.

- iv) Για το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και με τη βοήθεια του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{w \cdot ds \cdot \cos\alpha}{dt} = mg \cdot v \cdot \cos\alpha = mg \cdot v_y = mg^2t$$

Συνεπώς οι δυο ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι ίσοι και σωστή είναι η γ) πρόταση.

