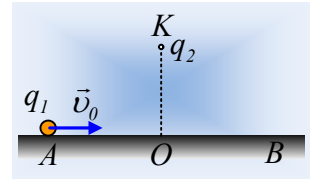


Μια κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό, κινείται ένα μικρό φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας $m=4,8\text{g}$ που φέρει φορτίο $q_1=1\mu\text{C}$ και σε μια στιγμή $t=0$ περνάει από το σημείο A, απέχοντας κατά $x_1=0,8\text{m}$ από το σημείο O του επιπέδου έχοντας ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$. Στην κατακόρυφο που περνά από το O και σε ύψος $h=0,6\text{m}$ από το επίπεδο είναι ακλόνητο ένα δεύτερο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $q_2=2\mu\text{C}$.



- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σφαιριδίου στη θέση A.
- ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που φτάνει στη θέση B, αν $(AB)=1,6\text{m}$.
- iii) Να υπολογιστούν η μέγιστη και η ελάχιστη ταχύτητα του σφαιριδίου κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

Δίνεται $K_c=9 \cdot 10^9 \text{N m}^2/\text{C}^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο στη θέση A, όπου F_c η απωστική δύναμη Coulomb από το φορτίο q_2 . Για το μέτρο της έχουμε:

$$F_c = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Όπου r η απόσταση (AK). Αλλά από το ορθογώνιο τρίγωνο AOK, έχουμε με τη βοήθεια του Π.Θ.

$$(AK)^2 = (AO)^2 + (OK)^2 \rightarrow r^2 = 0,8^2 \text{m}^2 + 0,6^2 \text{m}^2 = 1 \text{m}^2 \rightarrow$$

$$F_c = K_c \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1} \text{N} = 18 \cdot 10^{-3} \text{N}$$

Το σφαιρίδιο ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ οριζόντια ο 2ος νόμος του Νεύτωνα δίνει:

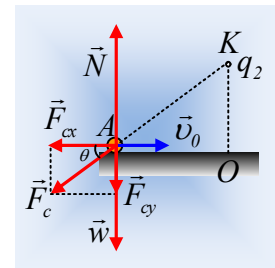
$$\Sigma F_x = ma_x \rightarrow a_x = a = \frac{F_{cx}}{m} = \frac{F_c \cdot \sin \theta}{m} = \frac{F_c}{m} \cdot \frac{(AO)}{(AK)} = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{4,8 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,8}{1} \text{m/s}^2 = 3 \text{m/s}^2.$$

Με φορά προς τα αριστερά, αντίθετη δηλαδή της ταχύτητας, πράγμα που σημαίνει ότι το σφαιρίδιο επιβραδύνεται.

- ii) Κατά την κίνηση του σφαιριδίου μέσα στο ηλεκτροστατικό πεδίο του φορτίου q_2 η ενέργειά του παραμένει σταθερή, αφού η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι η δύναμη του πεδίου, δύναμη συντηρητική:

$$K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow$$

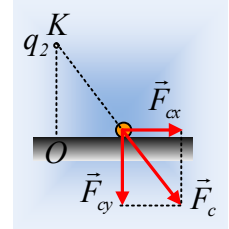
$$\frac{1}{2} m v_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} = \frac{1}{2} m v_1^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_B}$$



Αλλά $(AO)=(OB)=0,8\text{m}$ και η OK είναι μεσοκάθετος της AB , οπότε $r_A=r_B$ και η παραπάνω εξίσωση δίνει:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} = \frac{1}{2}mv_l^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} \rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_l^2 \rightarrow v_l = v_0 = 3\text{m/s}$$

iii) Παραπάνω βρήκαμε ότι το σφαιρίδιο επιβραδύνεται στη θέση A εξαιτίας της συνισταμένης F_{cx} . Αυτό θα συμβαίνει μέχρι να φτάσει στο σημείο O , αφού μετά θα αρχίσει να επιταχύνεται, μιας και η F_{cx} θα έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας. Προσέξτε ότι στο B , έχει ήδη αποκτήσει την ταχύτητα που είχε στο A . Αλλά τότε στη θέση O , θα έχει την ελάχιστη ταχύτητά του. Από τη διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:



$$K_A + U_A = K_O + U_O \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} = \frac{1}{2}mv_{min}^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_O}$$

$$v_{min} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2K_c q_1 q_2}{m} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_O} \right)} \rightarrow$$

$$v_{min} = \sqrt{3^2 + \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4,8 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{0,6} \right)} \text{m/s} = 2\text{m/s}$$

Εξάλλου η επιταχυνόμενη κίνηση του σφαιριδίου θα ξεκινήσει μόλις αυτό περάσει το σημείο O και θα συνεχιστεί μέχρι το σφαιρίδιο να απομακρυνθεί σε μεγάλη απόσταση από το φορτίο q_2 , να φτάσει δηλαδή στο άπειρο. Ξανά από την διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + K_c \frac{q_1 q_2}{r_A} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + 0 \rightarrow$$

$$v_{max} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2K_c q_1 q_2}{mr_A}} \rightarrow$$

$$v_{max} = \sqrt{3^2 + \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4,8 \cdot 10^{-3} \cdot 1}} \text{m/s} = \sqrt{16,5} \text{m/s} \approx 4,1\text{m/s}$$

dmargaris@gmail.com