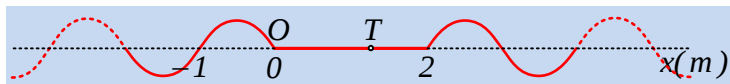


Δύο τρέχοντα και ένα στάσιμο κύμα.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, που θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τον άξονα x , διαδίδονται δύο όμοια κύματα πλάτους $A=0,1\text{m}$, τα οποία διαδίδονται αντίθετα με συχνότητα 1Hz . Τη στιγμή $t=0$ το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο O , στη θέση $x=0$, ενώ το δεύτερο απέχει κατά 2m από το O , όπως στο σχήμα.



- i) Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.
- ii) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που θα προκύψει μετά την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.
- iii) Να κάνετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος και για την περιοχή που έχει αυτό σχηματισθεί, τη στιγμή $t_1=1,75\text{s}$.
- iv) Ένα σημείο Σ βρίσκεται στη θέση $x=0,5\text{m}$. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, από $t=0$, έως και $t=4\text{s}$.

Απάντηση:

- i) Από το σχήμα $\lambda=2\text{m} \rightarrow v=\lambda f=2\text{m/s}$.

Οπότε η εξίσωση του πρώτου κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά θα είναι:

$$y_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right) \text{ (S.I.) με } t \geq 0.$$

Το σημείο εξάλλου που φτάνει το 2^ο κύμα ξεκινά την ταλάντωσή του προς τα πάνω (θετική φορά), οπότε η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu\omega t$$

Αλλά τότε το τυχαίο σημείο T , στη θέση x , θα καθυστερήσει να αρχίσει να ταλαντώνεται κατά χρονικό διάστημα $t_1 = \frac{s}{v} = \frac{2-x}{2}\text{s}$ και η εξίσωση της απομάκρυνσής του (η εξίσωση του 2^{ου} κύματος), θα είναι:

$$y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi f (t - t_1) = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{2-x}{2} \right) \text{ ή}$$

$$y_2 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} - 1 \right) \text{ με } t \geq 0 \text{ και } x \geq -2t+2 \text{ (S.I.)}$$

- ii) Από την αρχή της επαλληλίας παίρνουμε $y=y_1+y_2$ ή

$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{t - \frac{x}{2} - t - \frac{x}{2} + 1}{2} \cdot \eta\mu 2\pi \frac{t - \frac{x}{2} + t + \frac{x}{2} - 1}{2}$$

$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - \pi x) \cdot \eta\mu(2\pi - \pi) \text{ ή }$$

$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(2\pi) \text{ (S.I.) με } t \geq 0,5s \text{ και } 2-2t \leq x \leq 2t$$

iii) Με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση $t_1=1,75s$ παίρνουμε:

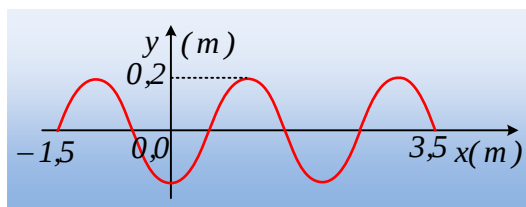
$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(2\pi) = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(2\pi \cdot 1,75) \text{ ή }$$

$$y = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(2\pi) = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x) \cdot \eta\mu(2\pi \cdot 1,75)$$

$$y = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x)$$

Ενώ με βάση το πεδίο ορισμού που δόθηκε παραπάνω $-1,5m \leq x \leq 3,5m$ ή εναλλακτικά, το πρώτο κύμα έχει φτάσει μέχρι τη θέση $x=v \cdot t=3,5m$ και αντίστοιχα το κύμα προς τα αριστερά, έχει διαδοθεί κατά $3,5m$ έχοντας φτάσει στη θέση $x=-1,5m$.

Με βάση αυτά το ζητούμενο στιγμιότυπο έχει τη μορφή:



iv) Το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο Σ, τη στιγμή $t = \frac{x}{v} = 0,25s$ ενώ το δεύτερο τη στιγμή

$t' = \frac{2-x}{v} = 0,75s$. Μετά τη συμβολή το Σ είναι δεσμός και δεν ταλαντώνεται, αφού το πλάτος ταλάντωσής του είναι:

$$A_{\Sigma} = |0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x)| = |0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi \cdot 0,5)| = 0$$

Στο χρονικό διάστημα $0,25s \leq t \leq 0,75s$ ταλαντώνεται εξαιτίας του πρώτου κύματος, οπότε:

$$y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{x}{2} \right) = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{0,5}{2} \right)$$

$$y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu \left(2\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$

και η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει τη μορφή:

