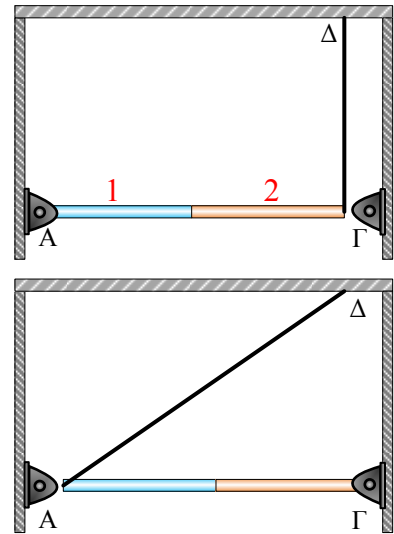


Οι δύο ράβδοι

Λεπτή ράβδος μήκους 2ℓ προέρχεται από την συγκόλληση δύο ομογενών ράβδων ίδιου μήκους ℓ και κυκλικής διατομής αλλά από διαφορετικό υλικό.

Η ράβδος 1 έχει μάζα m_1 και η ράβδος 2 μάζα m_2 . Την ράβδο μπορούμε να την προσαρμόσουμε στην άρθρωση Α ή στην άρθρωση Γ και σε κάθε περίπτωση ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Δ. Στην δεύτερη περίπτωση το σχοινί σχηματίζει με την ράβδο οξεία γωνία 30° .



A. Αν η τάση του νήματος είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις ποια η σχέση που συνδέει τις μάζες των δύο ράβδων m_1 και m_2 ;

α. $m_2 = m_1$

β. $m_2 = 3m_1$

γ. $m_2 = 5m_1$

B. Αν κόψουμε το σχοινί σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις, ποια η σχέση που συνδέει τις αρχικές γωνιακές επιταχύνσεις $\alpha_{\gamma,1}$ (πάνω σχήμα) και $\alpha_{\gamma,2}$ (κάτω σχήμα).

α. $\alpha_{\gamma,1} = 3\alpha_{\gamma,2}$

β. $\alpha_{\gamma,1} = \frac{2}{3}\alpha_{\gamma,2}$

γ. $\alpha_{\gamma,1} = \frac{3}{2}\alpha_{\gamma,2}$

Γ. Για τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων των ράβδων όταν βρεθούν στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

α. $\omega_1 < \omega_2$

β. $\omega_1 = \omega_2$

γ. $\omega_1 > \omega_2$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

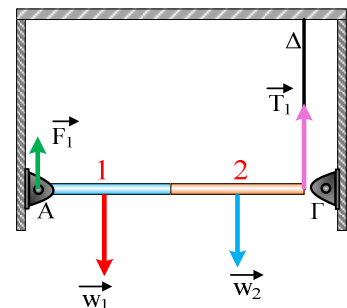
Δίνεται η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$.

Λύση

A. Από την ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 2\ell - w_1 \frac{\ell}{2} - w_2 \frac{3\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{g}{4}(m_1 + 3m_2) \quad (1)$$

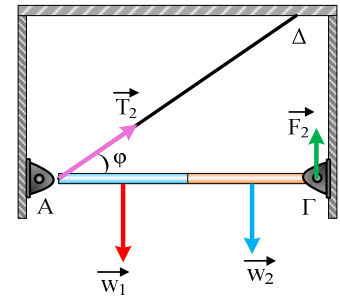
Από την δεύτερη ισορροπία έχουμε:



$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow T_2 2\ell \mu 30 - w_2 \frac{\ell}{2} - w_1 \frac{3\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{g}{4} (6m_1 + 2m_2) \quad (2)$$

Αλλά από τη εκφώνηση $T_1 = T_2 \Rightarrow m_1 + 3m_2 = 6m_1 + 2m_2 \Rightarrow \mathbf{m_2 = 5m_1}$

Άρα σωστή απάντηση η **γ**.



Β. Η ροπή αδράνειας για την πρώτη περίπτωση είναι:

$$I_1 = I_{1(A)} + I_{2(A)} = \left(\frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{\ell^2}{4} \right) + \left(\frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{9\ell^2}{4} \right) = \frac{m_1 \ell^2}{3} + \frac{7m_2 \ell^2}{3} \Rightarrow I_1 = 12m_1 \ell^2$$

και για την δεύτερη περίπτωση έχουμε:

$$I_2 = I_{1(\Gamma)} + I_{2(\Gamma)} = \left(\frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{9\ell^2}{4} \right) + \left(\frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{\ell^2}{4} \right) = \frac{7m_1 \ell^2}{3} + \frac{m_2 \ell^2}{3} \Rightarrow I_2 = 4m_1 \ell^2$$

Ισχύει:

$$\Sigma \tau_1 = I_1 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \frac{3\ell}{2} = 12m_1 \ell^2 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow \frac{m_1 g}{2} + \frac{3m_2 g}{2} = 12m_1 \ell \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow 8m_1 g = 12m_1 \ell \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow \mathbf{\alpha_{\gamma,1} = \frac{2g}{3\ell}}$$

και

$$\Sigma \tau_2 = I_2 \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow w_1 \frac{3\ell}{2} + w_2 \frac{\ell}{2} = 4m_1 \ell^2 \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow \frac{3m_1 g}{2} + \frac{m_2 g}{2} = 4m_1 \ell \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow 4m_1 g = 4m_1 \ell \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow \mathbf{\alpha_{\gamma,2} = \frac{g}{\ell}}$$

Άρα $\alpha_{\gamma,1} = \frac{2}{3} \alpha_{\gamma,2}$ οπότε σωστή απάντηση η **β**.

Γ. Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε. για την περιστροφή της ράβδου στις δύο περιπτώσεις.

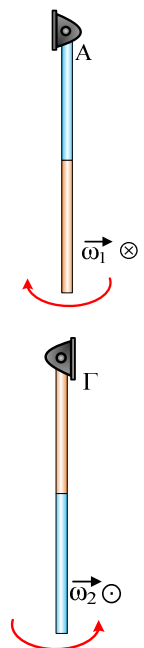
$$\Delta K_1 = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \frac{3\ell}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} 12m_1 \ell^2 \omega_1^2 = \frac{m_1 g \ell}{2} + \frac{3m_2 g \ell}{2} \Rightarrow$$

$$6m_1 \ell^2 \omega_1^2 = 8m_1 g \ell \Rightarrow \mathbf{\omega_1 = \sqrt{\frac{4g}{3\ell}}}$$

$$\Delta K_2 = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = w_1 \frac{3\ell}{2} + w_2 \frac{\ell}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} 4m_1 \ell^2 \omega_2^2 = \frac{3m_1 g \ell}{2} + \frac{m_2 g \ell}{2} \Rightarrow$$

$$2m_1 \ell^2 \omega_2^2 = 4m_1 g \ell \Rightarrow \mathbf{\omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{\ell}}}$$

Συνεπώς $\omega_2 > \omega_1$ οπότε σωστή απάντηση η **α**.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Βασίλης Δουκατζής