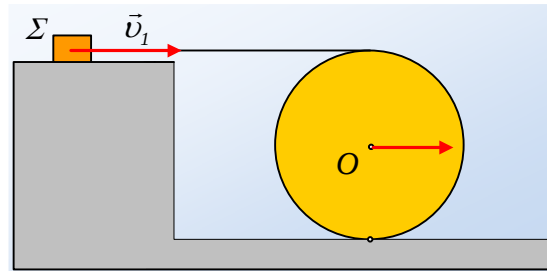


Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις σε ένα σύστημα.



Στο σχήμα γύρω από έναν τροχό, ακτίνας R , ο οποίος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ . Το νήμα που συνδέει τον τροχό με το σώμα Σ είναι οριζόντιο. Σε μια στιγμή το σώμα Σ έχει ταχύτητα v_1 και επιτάχυνση a_1 .

i) Η ταχύτητα του άξονα του τροχού, που περνά από το κέντρο του O , είναι:

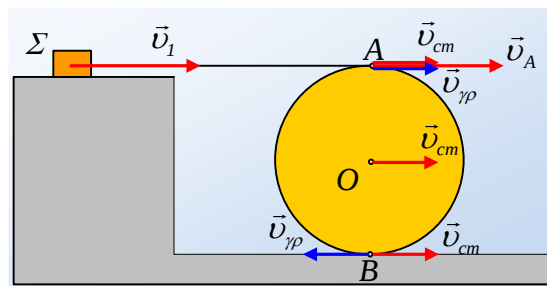
α) $\frac{1}{2} v_1$, β) v_1 , γ) $2v_1$.

ii) Ο τροχός έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου:

α) $a_{\gamma\omega\nu}=0$, β) $a_{\gamma\omega\nu}=\frac{1}{2} a_1/R$, γ) $a_{\gamma\omega\nu}=a_1/R$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:



i) Καθώς το σώμα Σ κινείται με ταχύτητα v_1 , κινείται επίσης και το νήμα, με το οποίο είναι δεμένο, με την ίδια ταχύτητα v_1 , αλλά τότε και το ανώτερο σημείο A του τροχού, στο οποίο τυλίγεται το νήμα, θα έχει επίσης ταχύτητα $v_A=v_1$.

Θεωρώντας όμως σύνθετη την κίνηση του τροχού και αποτελούμενη από μια μεταφορική με ταχύτητα v_{cm} και μια στροφική με γωνιακή ταχύτητα ω , το σημείο A έχει ταχύτητα, η οποία ισούται με το διανυσματικό άθροισμα $\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma p}$, όπου οι δυο επιμέρους ταχύτητες, φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

Αλλά από τη στιγμή που ο τροχός κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), το σημείο επαφής του με το έδαφος έχει μηδενική ταχύτητα ή $v_{cm}=v_{\gamma p}=\omega \cdot R$, οπότε:

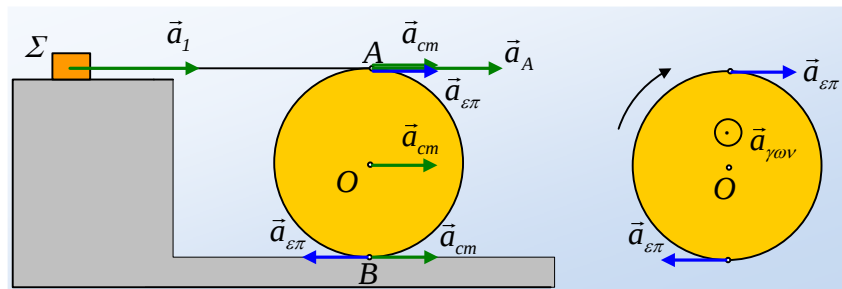
$$v_A=v_1=v_{cm}+v_{\gamma p}=v_{cm}+\omega \cdot R=2v_{cm} \rightarrow$$

$$v_{cm}=\frac{v_1}{2}$$

Σωστή η α) εκδοχή.

ii) Στο παρακάτω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις επιταχύνσεις των διαφόρων σημείων, όπου στο δεύτερο

σχήμα έχουμε εστιάσει στην περιστροφική κίνηση του τροχού, η οποία είναι μια επιταχυνόμενη στροφική κίνηση, με γωνιακή επιτάχυνση, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, στο κέντρο O του τροχού με φορά προς τα μέσα.



Αλλά για την ταχύτητα ενός σημείου, έστω του σημείου A, όσον αφορά την κυκλική κίνηση που πραγματοποιεί γύρω από το κέντρο O, ισχύει:

$$v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R \rightarrow$$

$$\frac{dv_{\gamma\rho}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega \cdot R}{dt} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R = a_{\varepsilon\pi}$$

Όπου η $a_{\varepsilon\pi}$ ονομάζεται επιτόρξια επιτάχυνση και συνδέεται με την αλλαγή του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σημείου A. Με άλλα λόγια ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σημείου A, εξαιτίας της κυκλικής κίνησης γύρω από το O, συνδέεται με την γωνιακή επιτάχυνση του τροχού με την σχέση:

$$a_{\varepsilon\pi} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$$

Αλλά με την συλλογιστική πορεία που ακολουθήσαμε και για τις ταχύτητες:

$$\alpha_1 = \alpha_A = \alpha_{cm} + \alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha_{cm} + \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (1)$$

ενώ για το σημείο B, αφού $v_{cm} = v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R \rightarrow$

$$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} = \frac{dv_{\gamma\rho}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$$

Οπότε η σχέση (1) γράφεται:

$$\alpha_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R + \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R = 2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{2} \frac{a_1}{R}$$

Σωστή η β) επιλογή.

Σχόλιο:

Το σημείο A έχει και κεντρομόλο επιτάχυνση, η οποία όμως δεν μας ενδιαφέρει στην περίπτωση που μελετάμε, γι' αυτό και δεν αναφέρθηκε, ούτε σχεδιάστηκε στο σχήμα μας.

