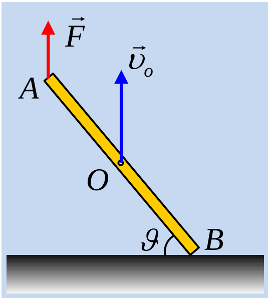
Οι ταχύτητες σημείων μιας ράβδου.



Μια ομογενής σανίδα μήκους ℓ=2m ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μέσω ενός νήματος ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη στο άκρο Α της σανίδας, οπότε μετά από λίγο η σανίδα σχηματίζει γωνία 60° με το επίπεδο, όπως στο σχήμα, ενώ η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας είναι κατακόρυφη με μέτρο υ_o= 2m/s.

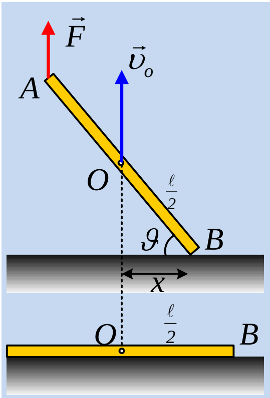
i) Η κίνηση της σανίδας είναι:

α) μεταφορική, β) στροφική, γ) σύνθετη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

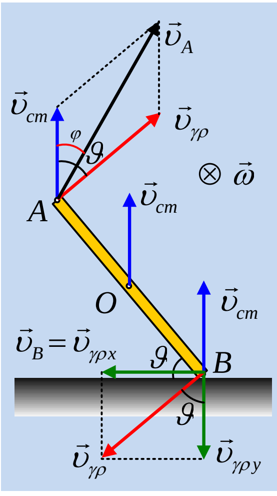
ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των άκρων Α και Β της ράβδου, στην παραπάνω θέση.

Απάντηση:



i) Με την εξάσκηση της δύναμης F στη σανίδα, το άκρο Α αρχίζει να ανέρχεται, ενώ το σημείο Β συνεχίζει να είναι σε επαφή με το έδαφος. Η κίνηση αυτή δεν είναι μεταφορική, αφού όλα τα σημεία της σανίδας δεν έχουν την ίδια ταχύτητα. Αλλά ούτε και στροφική είναι η κίνηση, αφού δεν υπάρχει κάποιο σημείο, από το οποίο να διέρχεται κάποιος νοητός άξονας περιστροφής. Πράγματι η σκέψη μας, βλέποντας την παραπάνω εικόνα, μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το άκρο Β παραμένει ακίνητο, πράγμα όμως που δεν είναι αλήθεια. Από τη στιγμή που η ράβδος δέχεται κατακόρυφη δύναμη, το κέντρο μάζας της Ο θα κινηθεί κατακόρυφα (και οι άλλες δυνάμεις, βάρος και αντίδραση του επιπέδου είναι κατακόρυφες). Αλλά αν πάρουμε στο ίδιο σχήμα την αρχική θέση της ράβδου και την θέση στην οποία παραπάνω αναφερόμαστε, βλέπουμε ότι το άκρο Β έχει μετατοπισθεί προς τα αριστερά, αφού δεν μπορεί η κάθετος πλευρά x να είναι ίση με την υποτείνουσα, μήκους $\frac{\ell}{2}$.

Συνεπώς μπορούμε να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η κίνηση είναι σύνθετη, την οποία μπορούμε να μελετήσουμε σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, θεωρώντας ότι από τη μια η σανίδα μεταφέρεται με ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_{cm}=\upsilon_o$ κατακόρυφη, ενώ ταυτόχρονα στρέφεται, γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, ο οποίος περνά από το μέσον Ο της σανίδας, με κάποια γωνιακή ταχύτητα ω, σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.



ii) Με βάση την παραπάνω ανάλυση, σχεδιάζουμε όπως στο διπλανό σχήμα, τις ταχύτητες των άκρων Α και Β της σανίδας, όπου $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot\frac{\ell}{2}$.

Αλλά το άκρο Β δεν κινείται κατακόρυφα, συνεπώς $\upsilon_{cm}=\upsilon_{\gamma\rho y}=\upsilon_{\gamma\rho}\cdot$συνθ, αφού η γωνία της $\upsilon_{\gamma\rho}$ με την κατακόρυφο είναι ίση με θ (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές), από όπου:

$$\upsilon_{\gamma\rho} = \omega \cdot R = \omega \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{\upsilon_{cm}}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2}{1/2} m/s = 4m/s$$

Αλλά τότε το άκρο Β έχει οριζόντια ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_B = \upsilon_{\gamma\rho x} = \upsilon_{\gamma\rho} \cdot \eta\mu\theta = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} m/s = 2\sqrt{3} m/s$$

Για το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Α, με βάση το παραπάνω σχέδιο έχουμε:

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma\rho}^2 + 2\upsilon_{cm}\upsilon_{\gamma\rho}\sigma\upsilon\nu\theta} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}} m/s = \sqrt{28} m/s \approx 5{,}3 m/s$$

Ενώ για την κατεύθυνσή της, αν φ η γωνία που σχηματίζει με την κατακόρυφη, παίρνουμε από τον νόμο των ημιτόνων:

$$\frac{\upsilon_{\gamma\rho}}{\eta\mu\phi} = \frac{\upsilon_A}{\eta\mu(180-\theta)} \rightarrow$$

$$\eta\mu\phi = \frac{\upsilon_{\gamma\rho}}{\upsilon_A}\eta\mu 120^o = \frac{4}{\sqrt{28}}\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}65$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης