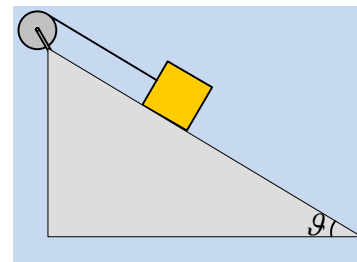


Ολίσθηση κύβου και περιστροφή τροχαλίας.

Στην κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου έχει στερεωθεί μια τροχαλία μάζας $m=2\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,2\text{m}$, στο αυλάκι της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε έναν κύβο μάζας $M=4\text{kg}$, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu=0,25$. Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο τον κύβο να γλιστρήσει. Αν το νήμα είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο, η κλίση του οποίου είναι θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:

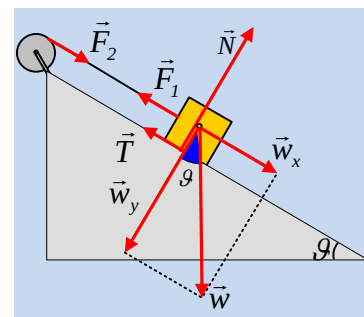


- i) Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος.
- ii) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, τη στιγμή που θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $1,25\text{m}$.
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κύβου και τροχαλίας την παραπάνω χρονική στιγμή.
- iv) Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του κύβου, που μεταφέρεται στην τροχαλία μέχρι τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο καθώς και οι δυνάμεις F_1 και F_2 που το αβαρές νήμα ασκεί σε κύβο και τροχαλία (η τάση του νήματος), όπου $F_1=F_2$.



Για τον κύβο:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 4 \cdot 10 \cdot 0,8\text{N} = 32\text{N}$$

$$\Sigma F_x = M \cdot a \rightarrow Mg \cdot \eta\mu\theta - T - F_1 = M \cdot a \quad (1)$$

Για την τροχαλία: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F_2 \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$ ή

$$F_2 = \frac{1}{2} m \cdot R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Αλλά η ταχύτητα του κύβου κάθε στιγμή, είναι και ίση με την ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος, συνεπώς και με την ταχύτητα, του σημείου του νήματος που άπτεται της τροχαλίας. Οπότε $v_k = v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R \rightarrow$

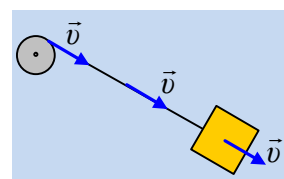
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = a_{\gamma\omega\nu} R \quad (3)$$

Και με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη με χρήση της (3) παίρνουμε:

$$Mg \cdot \eta\mu\theta - T = (M + \frac{1}{2} m) \cdot a \rightarrow$$

$$a = \frac{Mg \cdot \eta\mu\theta - \mu Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{M + \frac{m}{2}} = \frac{2Mg(\eta\mu\theta - \mu \cdot \sigma\upsilon\nu\theta)}{2M + m} \rightarrow$$

$$a = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10(0,6 + 0,25 \cdot 0,8)}{2 \cdot 4 + 2} \text{m/s}^2 = 6,4 \text{m/s}^2.$$



ii) Η κίνηση του κύβου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία ισχύουν:

$$v = a \cdot t \quad \text{και} \quad x = \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Με απαλοιφή του χρόνου παίρνουμε:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot x} = \sqrt{2 \cdot 6,4 \cdot 1,25} \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

Αλλά τότε και η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου στην περιφέρεια της τροχαλίας έχει το ίδιο μέτρο και:

$$\omega = \frac{v_{\gamma\phi}}{R} = \frac{4}{0,2} \text{ rad/s} = 20 \text{ rad/s}$$

iii) Για τον κύβο έχουμε:

$$\frac{dK_{\kappa}}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \sigma \upsilon \nu \alpha}{dt} = \Sigma F \cdot v = M a \cdot v = 4 \cdot 6,4 \cdot 4 \text{ J/s} = 102,4 \text{ J/s}$$

Αντίστοιχα για την τροχαλία, όπου δέχεται δύναμη $F_2 = \frac{1}{2} m \cdot a$ θα έχουμε:

$$\frac{dK_{\tau\phi}}{dt} = \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma \tau \cdot d\theta}{dt} = F_2 R \cdot \omega = \frac{1}{2} m a \cdot v = \frac{1}{2} 2 \cdot 6,4 \cdot 4 \text{ J/s} = 25,6 \text{ J/s}$$

iv) Τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο έχει μετατοπισθεί κατά x και η δυναμική του ενέργεια έχει μειωθεί κατά $|\Delta U| = M g H = M g \cdot x \cdot \eta \mu \theta$.

Αντίστοιχα η κινητική ενέργεια που έχει αποκτήσει η τροχαλία θα είναι ίση με το έργο της δύναμης F_2 , δηλαδή $W_{F_2} = F_2 \cdot x = \frac{1}{2} m a \cdot x$.

Συνεπώς το ζητούμενο ποσοστό θα είναι:

$$\pi = \frac{K_{\tau\phi}}{|\Delta U|} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m a x}{M g x \cdot \eta \mu \theta} 100\% = \frac{m a}{2 M g \cdot \eta \mu \theta} 100\% \quad \text{ή}$$

$$\pi = \frac{m a}{2 M g \cdot \eta \mu \theta} 100\% = \frac{2 \cdot 6,4}{2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 0,6} 100\% = 26,7\%$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης