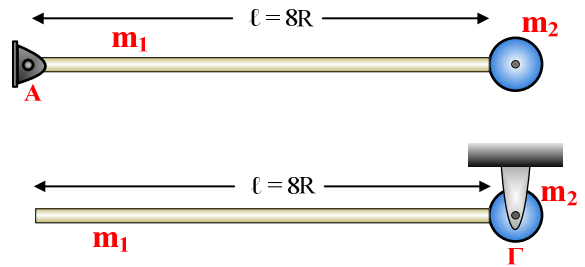


Ράβδος και δίσκος.

Μία ομογενής ράβδος μήκους $\ell = 8R$ και μάζας m_1 , είναι συγκολλημένη με ομογενή δίσκο ακτίνας R και μάζας m_2 .

Τα δύο στερεά σώματα είναι συγκολλημένα (άκρο ράβδου και περιφέρεια δίσκου) έτσι ώστε ο άξονας της ράβδου να περνά από το κέντρο του δίσκου. Το στερεό μπορεί να



περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το ελεύθερο άκρο της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν αυτή και ο δίσκος ή γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου και περνά από το κέντρο του. Οι ροπές αδράνειας ως προς Α και ως προς Γ είναι ίσες.

A. Ποια η σχέση που συνδέει τις δύο μάζες;

α. $m_1 = 5m_2$

β. $m_1 = 9m_2$

γ. $m_1 = 12m_2$

B. Ποια σχέση συνδέει τις σταθερές ροπές που πρέπει να ασκήσουμε σε κάθε περίπτωση στο στερεό ώστε στην κατακόρυφη θέση να ακινητοποιηθεί;

α. $\tau_1 = \tau_2$

β. $\tau_1 = 9\tau_2$

γ. $\tau_1 = 14\tau_2$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνονται η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{p,cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και η

ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του $I_{\delta,cm} = \frac{1}{2}MR^2$

Λύση

A. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που περνά από το Α είναι:

$$I_1 = I_{p(A)} + I_{\delta(A)} = \left(\frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{\ell^2}{4} \right) + \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 + m_2 (\ell + R)^2 \right) = \frac{1}{3} m_1 \ell^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 + 81 m_2 R^2 \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{64}{3} m_1 R^2 + \frac{163}{2} m_2 R^2$$

ενώ η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που περνά από το Γ είναι:

$$I_2 = I_{p(\Gamma)} + I_{\delta(\Gamma)} = \left(\frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \left(\frac{\ell}{2} + R \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{2} m_2 R^2 \right) = \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 (5R)^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \Rightarrow$$

$$I_2 = \frac{64}{12} m_1 R^2 + 25 m_1 R^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \Rightarrow I_2 = \frac{91}{3} m_1 R^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2$$

Έχουμε όμως $I_1 = I_2$ άρα: $I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{64}{3} m_1 R^2 + \frac{163}{2} m_2 R^2 = \frac{91}{3} m_1 R^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \Rightarrow$

$$\frac{163}{2} m_2 - \frac{1}{2} m_2 = \frac{91}{3} m_1 - \frac{64}{3} m_1 \Rightarrow 81 m_2 = 9 m_1 \Rightarrow \mathbf{m_1 = 9m_2}$$

Άρα σωστή απάντηση η **β**.

Β. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τις δύο περιπτώσεις από την οριζόντια μέχρι την κατακόρυφη θέση.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_1 + W_2 + W_\tau \Rightarrow 0 = m_1 g \frac{\ell}{2} + m_2 g (\ell + R) - \tau_1 \theta \Rightarrow 0 = 36 m_2 g R + 9 m_2 g R - \tau_1 \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\tau_1 \frac{\pi}{2} = 45 m_2 g R \Rightarrow \mathbf{\tau_1 = \frac{90 m_2 g R}{\pi}}$$

και για την δεύτερη περίπτωση.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_1 + W_2 + W_\tau \Rightarrow 0 = m_1 g \left(\frac{\ell}{2} + R \right) - \tau_2 \theta \Rightarrow 0 = 5 m_1 g R - \tau_2 \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tau_2 \frac{\pi}{2} = 45 m_2 g R$$

$$\mathbf{\tau_2 = \frac{90 m_2 g R}{\pi}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **α**.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Βασίλης Λουκατζής