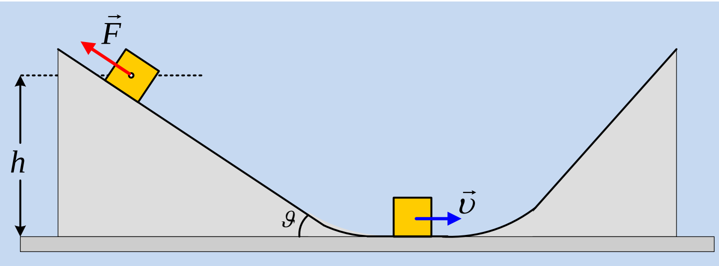
Η κάθοδος και η άνοδος ενός σώματος.

Σε ένα μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ (όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8) συγκρατείται ακίνητο ένα σώμα μάζας M=2kg με την επίδραση μιας δύναμης μέτρου F=8N, παράλληλης προς το επίπεδο, όπως στο διπλανό σχήμα, σε ύψος h=3m από το λείο οριζόντιο επίπεδο.



i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να αναλύστε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.

ii) Να υπολογίστε την τριβή που ασκείται στο σώμα.

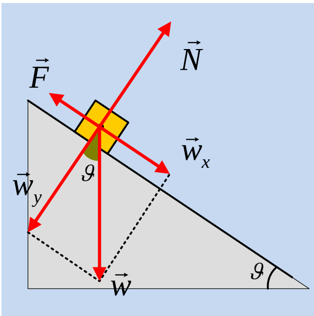
iii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα, το οποίο φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ=6m/s, συνεχίζοντας στη συνέχεια να ανεβαίνει σε ένα δεύτερο λείο κεκλιμένο επίπεδο.

α) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου επιπέδου και του σώματος.

β) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος y από το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο δεύτερο επίπεδο.

Το σώμα θεωρείται υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, οι κορυφές των κεκλιμένων επιπέδων έχουν εξομαλυνθεί, ώστε η διέλευση του σώματος από το ένα επίπεδο στο άλλο να γίνεται χωρίς κανένα πρόβλημα και g=10m/s².

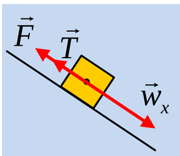
Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου η γωνία μεταξύ του βάρους $\vec{w}$ και της συνιστώσας $\vec{w}_y$ είναι ίση με τη γωνία θ, την κλίση του επιπέδου (γωνίες και κάθετες πλευρές). Με βάση την Τριγωνομετρία παίρνουμε:

$$\eta\mu\vartheta = \frac{w_x}{w} \to w_x = Mg\eta\mu\vartheta = 2\cdot 10\cdot 0{,}6N = 12N$$

$$\sigma\upsilon\nu\vartheta = \frac{w_y}{w} \to w_y = Mg\sigma\upsilon\nu\vartheta = 2\cdot 10\cdot 0{,}8N = 16N$$



ii) Στην διεύθυνση την παράλληλη με το επίπεδο, (άξονας x) στο σώμα ασκούνται η συνιστώσα w_x=12N και η δύναμη F=8N. Συνεπώς το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω, οπότε αναπτύσσεται δύναμη τριβής με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα και αφού ισορροπεί:

$$\Sigma F_x=0 \to F+T-w_x=0 \to T=w_x-F=12N-8N=4N.$$

iii) α) Μόλις αφεθεί το σώμα, τότε επιταχύνεται προς τα κάτω και φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$. Παίρνοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση μέχρι να φτάσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο έχουμε:

$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_{wx}+W_{wy}+W_N+W_T \rightarrow$$

Αλλά $W_{wy}= W_N=0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση, οπότε η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

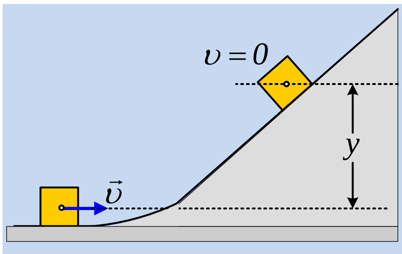
$$\frac{1}{2}M\upsilon^2-0=Mg\eta\mu\theta\cdot x-T\cdot x \ \rightarrow$$

Αλλά $\eta\mu\vartheta=\frac{h}{x}\rightarrow x=\frac{h}{\eta\mu\vartheta}$ και $T=\mu\cdot N=\mu\cdot w_y$, οπότε παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}M\upsilon^2-0=Mgh-\mu Mg\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot\frac{h}{\eta\mu\vartheta}\rightarrow$$

$$\mu=\frac{2gh-\upsilon^2}{2gh\cdot\frac{\sigma\upsilon\nu\vartheta}{\eta\mu\vartheta}}=\frac{2\cdot 10\cdot 3-36}{2\cdot 10\cdot 3\cdot\frac{0{,}8}{0{,}6}}=0{,}3$$

β) Κατά την άνοδο του σώματος στο δεξιό επίπεδο, η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι το βάρος, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Αν λοιπόν σταματήσει την άνοδό του όταν βρίσκεται σε ύψος y από το οριζόντιο επίπεδο και θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο, θα έχουμε:



$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\rightarrow$$

$$\frac{1}{2}M\upsilon^2+0=0+Mgy\rightarrow$$

$$y=\frac{\upsilon^2}{2g}=\frac{6^2}{20}m=1{,}8m$$

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης