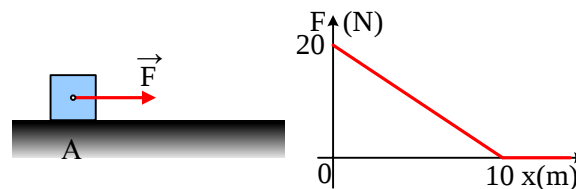


2.2. Ασκήσεις Έργου-Ενέργειας. Ομάδα Γ.

2.2.21. Έργο και μέγιστη Κινητική Ενέργεια.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από την θέση $x=0$ έχοντας ταχύτητα $v_0=8\text{m/s}$, ενώ πάνω του ασκείται μεταβλητή οριζόντια δύναμη F που το μέτρο της μεταβάλλεται όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu=0,4$.

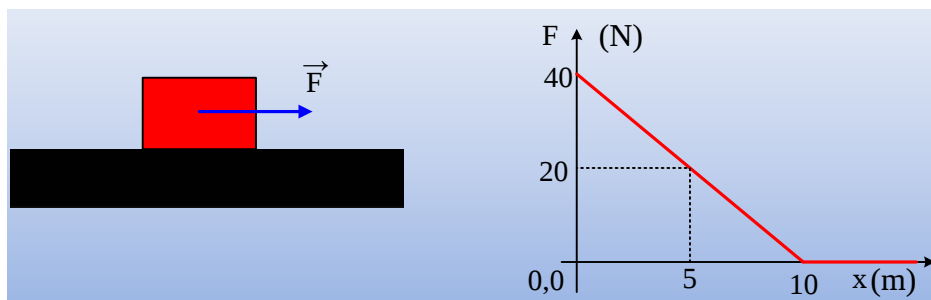


- 1) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
 - i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο με $W=F \cdot x$
 - ii) Αφού ελαττώνεται το μέτρο της δύναμης F , το σώμα επιβραδύνεται.
 - iii) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη.
 - iv) Την μεγαλύτερη ταχύτητα το σώμα την έχει στην αρχική θέση $x=0$.
 - v) Για όσο χρόνο η δύναμη F είναι μεγαλύτερη από την τριβή, το σώμα επιτάχυνεται προς τα δεξιά και η κινητική του ενέργεια αυξάνεται.
- 2) Σε ποια θέση Γ το σώμα έχει μηδενική επιτάχυνση;
- 3) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ .
- 4) Σε ποια θέση το σώμα τελικά θα σταματήσει;
- 5) Πόση συνολικά θερμότητα θα παραχθεί εξαιτίας της τριβής;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2.2.22. Έργο και ισχύς με μεταβλητή δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση του σώματος όπως στο διάγραμμα.



i) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1 , όπου το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά $x_1=5\text{m}$.

ii) Για την παραπάνω χρονική στιγμή να βρεθούν:

α) Η (στιγμιαία) ισχύς της δύναμης F .

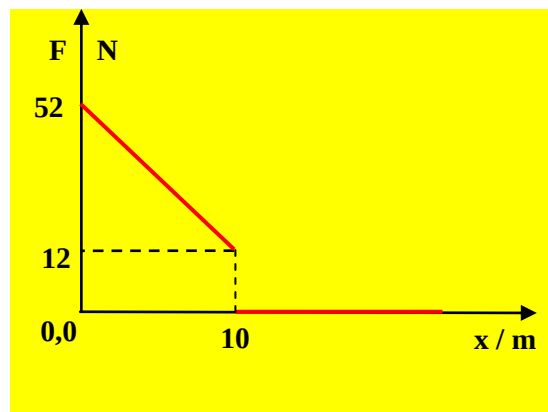
β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής.

γ) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

iii) Πόσο θα μετατοπισθεί το σώμα συνολικά;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

2.2.23. Μεταβλητή δύναμη και μέγιστη κινητική ενέργεια



Ένα σώμα Σ ηρεμεί στη θέση $x = 0$, πάνω σε τραχύ και ακλόνητο οριζόντιο επίπεδο.

Το σώμα αυτό, αρχίζει να κινείται, όταν δέχεται οριζόντια δύναμη, της οποίας η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με τη θέση x του σώματος δίνεται στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

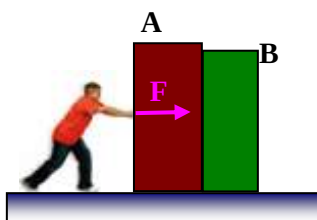
i) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$, από $x = 0$ μέχρι $x = 10\text{m}$.

ii) Την τριβή ολίσθησης μεταξύ σώματος Σ και οριζοντίου επιπέδου, αν το έργο της από $x = 0$ μέχρι $x = 10\text{m}$ είναι $W_T = -100\text{J}$.

iii) Την μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα Σ κατά την κίνησή του.

iv) Το μέτρο $x_{\text{ολ}}$ της μετατόπισης του σώματος Σ , από την θέση $x = 0$ μέχρι να σταματήσει.

2.2.24. Ενεργειακή μελέτη κίνησης συστήματος



Το κιβώτιο A του σχήματος, εφάπτεται στο κιβώτιο B , και το σύστημα αρχικά ηρεμεί στη θέση $x = 0$, πάνω σε τραχύ και ακλόνητο οριζόντιο επίπεδο.

Ένα παιδί, αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο A ασκώντας του σταθερή οριζόντια δύναμη F , όπως φαίνεται στο σχήμα, κι έτσι τα δυο σώματα, αρχίζουν να μετατοπίζονται μαζί, προς την κατεύθυνση της F .

Ταυτόχρονα, ασκείται στα κιβώτια τριβή ολίσθησης μέτρου $T_A = 160\text{N}$ στο A και $T_B = 10\text{N}$ στο B .

Το παιδί, αφήνει τα κιβώτια ελεύθερα, στη θέση $x = 10\text{m}$ έχοντας καταναλώσει κατά την μετατόπιση αυτή ενέργεια 1900J .

Αν τα διαστήματα που διανύουν τα κιβώτια A και B μετά που τα εγκαταλείψει το παιδί είναι S_A και S_B αντίστοιχα, με $S_B - S_A = 3\text{m}$ να βρείτε:

- i) Το μέτρο της σταθερής οριζόντιας δύναμης που άσκησε το παιδί.
- ii) Το έργο της τριβής που ασκείται σε κάθε κιβώτιο όσο τα σπρώχνει το παιδί.
- iii) Την κινητική ενέργεια που έχουν και τα δυο κιβώτια μαζί, στη θέση $x = 10\text{m}$.
- iv) Το διάστημα που διανύει κάθε σώμα μόνο του, μέχρι να σταματήσει, μετά που θα τα αφήσει το παιδί.
- v) Τη μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα Α κατά την διάρκεια της κίνησής του.
- vi) Το συνολικό ποσό της θερμικής ενέργειας που εκλύεται στο περιβάλλον κατά την κίνηση των κιβωτίων.
- vii) Το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της προσφερόμενης ενέργειας από το παιδί, που εκλύεται στο περιβάλλον ως θερμική, όσο αυτό σπρώχνει τα κιβώτια.
- viii) Τη συνάρτηση του έργου της δύναμης που ασκεί το παιδί – θέσης κιβωτίων $W_F = f(x)$ και να την παραστήσετε γραφικά.
- ix) Τη συνάρτηση $K = K_A + K_B = f(x)$ από $x = 0$ μέχρι $x = 10\text{m}$ και τις συναρτήσεις $K_A = f(x)$, $K_B = f(x)$ όσο τα κιβώτια θα κινούνται μόνα τους, όπου K_A , K_B οι κινητικές ενέργειες των κιβωτίων Α και Β αντίστοιχα.
Να παραστήσετε σε κοινό διάγραμμα όλες αυτές τις συναρτήσεις.
- x) Σε ποια θέση αντιστοιχούν ίσες κινητικές ενέργειες των κιβωτίων και πόση θα είναι η κινητική ενέργεια καθενός όταν διέρχονται από τη θέση αυτή;
- xi) Τι εκφράζουν οι κλίσεις των παραπάνω γραφικών παραστάσεων και
- xii) Να αναφέρετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν κατά τη κίνηση των κιβωτίων.

2.2.25. Ποιο είναι το σύστημα;

Στο διπλανό σχήμα το σώμα Α, μάζας $M=2\text{m}$, συγκρατείται σε ορισμένο ύψος, δεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος, σταθερού μήκους, το οποίο διέρχεται από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί ένα σώμα Β μάζας m .

Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα τα σώματα να κινηθούν.

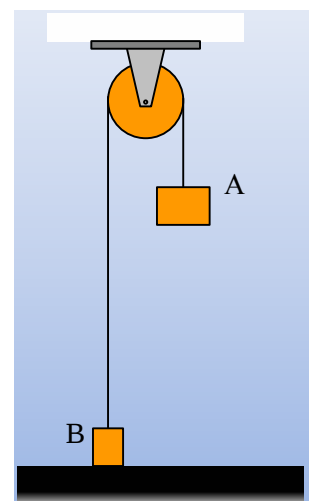
- i) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας με τις τιμές της κινητικής και δυναμικής ενέργειας κάθε σώματος, καθώς και της μηχανικής ενέργειας.

Θέση	K_A	U_A	K_B	U_B	E
Αρχική	0	150J	0	0	
(1)			12J		
(2)				75J	

- ii) Η μηχανική ενέργεια διατηρείται για το σύστημα:

α) Σώμα Α-Γη, β) Σώμα Α- σώμα Β γ) Σώμα Α- σώμα Β – Γη.

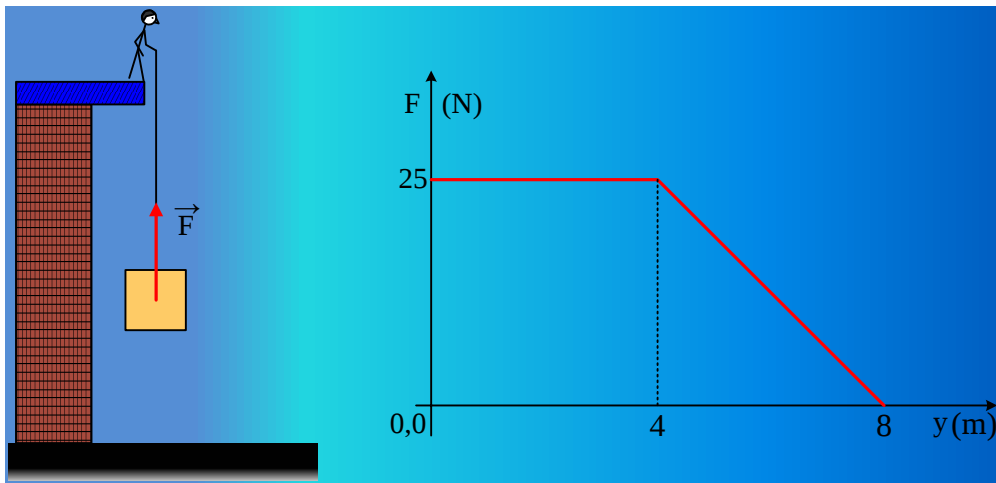
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



Τριβές και αντιστάσεις από τον αέρα δεν υπάρχουν, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

2.2.26. Άνοδος σώματος με μεταβλητή δύναμη

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο έδαφος. Το δένουμε με ένα νήμα και αρχίζουμε να το μετακινούμε κατακόρυφα προς τα πάνω, ασκώντας πάνω του (μέσω του νήματος) μια μεταβλητή δύναμη, το μέτρο της οποίας θα μεταβάλλουμε όπως στο σχήμα, με σκοπό να το ανεβάσουμε στην ταράτσα που βρισκόμαστε, σε ύψος 8m .

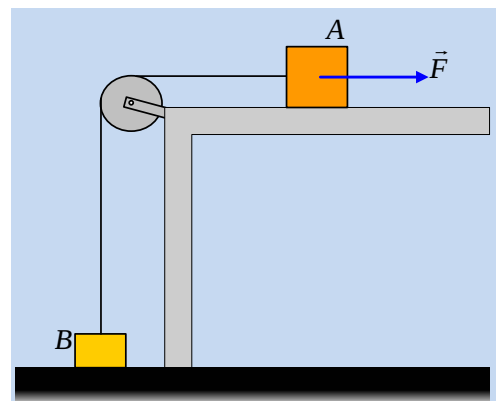


- i) Θα μπορέσουμε να ανεβάσουμε το σώμα στο επιθυμητό ύψος;
- ii) Για τη στιγμή που το σώμα φτάνει σε ύψος $h=4\text{m}$, θέση A, να βρεθούν:
 - α) Η ενέργεια που έχουμε προσφέρει στο σώμα, μέσω του νήματος.
 - β) Η δυναμική ενέργεια του σώματος.
 - γ) Η κινητική του ενέργεια.
- iii) Μόλις το σώμα φτάσει στη θέση A, αφήνουμε το νήμα, εγκαταλείποντας την προσπάθεια.
 - α) Σε πόσο ύψος από το έδαφος θα φτάσει το σώμα;
 - β) Με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στο έδαφος;

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική στην αρχική του θέση (στο έδαφος) και $g=10\text{m/s}^2$.

2.2.27. Τα έργα και οι ενέργειες σε ένα σύστημα σωμάτων.

Πάνω σε ένα τραπέζι ύψους 1m ηρεμεί ένα σώμα A μάζας $M=3\text{kg}$, το οποίο παρουσιάζει με το τραπέζι συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Το σώμα A είναι δεμένο στο ένα άκρο τεντωμένου νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια τροχαλία, αμελητέας μάζας, καταλήγει σε σώμα B στο έδαφος, στο οποίο προσδένεται το άλλο του άκρο. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα A μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη F , μέχρι να το μετακινήσουμε κατά 40cm , προσφέροντας ενέργεια στο σώμα ίση με 12J , οπότε παύουμε να ασκούμε την δύναμη, ενώ το σώμα έχει



αποκτήσει ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$.

i) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

α) Η κινητική ενέργεια του σώματος Α αυξάνεται κατά 12J.

β) Το μέτρο της δύναμης F είναι ίσο με 30N.

γ) Η ενέργεια που προσφέρουμε στο σώμα Α, είναι ίση με το έργο της δύναμης F.

δ) Το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων είναι ίση με 12J.

ii) Να υπολογίσετε την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στο σώμα Α.

iii) Να βρείτε την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Β.

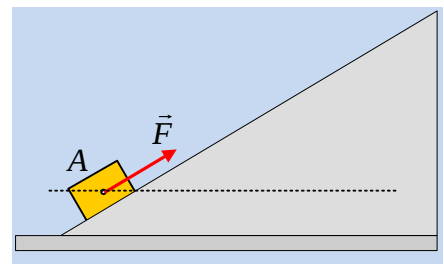
iv) Ποιο ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στο Β σώμα εμφανίζεται με τη μορφή της κινητικής ενέργειας του σώματος;

v) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα Β. Στην θέση αυτή θα ισορροπήσει ή θα κινηθεί ξανά προς τα κάτω, επιστρέφοντας στο έδαφος;

Δίνεται ότι το νήμα έχει σταθερό μήκος και αμελητέα μάζα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

2.2.28. Η αύξηση της μηχανικής ενέργειας.

Ένα σώμα μάζας $2,5\text{kg}$ ισορροπεί στην θέση Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης F, μέτρου $F=14\text{N}$, παράλληλης στο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_1=18\text{N}$ μέχρι να μετατοπιστεί το σώμα κατά $x=5\text{m}$, φτάνοντας στη θέση Γ, οπότε και καταργούμε την δύναμη. Αν $g=10\text{m/s}^2$:



i) Να υπολογιστεί η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F_1 .

ii) Να βρεθεί το έργο του βάρους από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ.

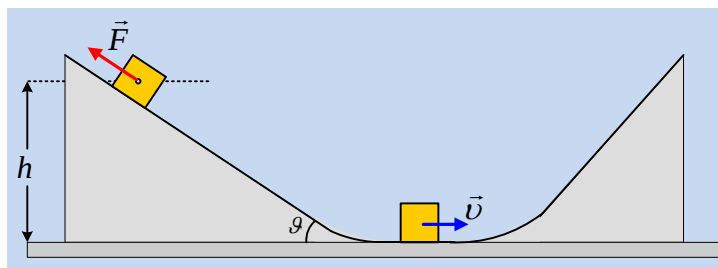
iii) Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος στην θέση Γ;

iv) Το σώμα, θα σταματήσει στη θέση Γ ή θα ανέβει και άλλο κατά μήκος του επιπέδου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

v) Αν στην αρχική θέση Α θεωρήσουμε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική, να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, καθώς και η αντίστοιχη κατακόρυφη απόσταση από την αρχική θέση, που θα φτάσει το σώμα.

2.2.29. Η κάθοδος και η άνοδος ενός σώματος.

Σε ένα μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ (όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$) συγκρατείται ακίνητο ένα σώμα μάζας $M=2\text{kg}$ με την επίδραση μιας δύναμης μέτρου $F=8\text{N}$, παράλληλης προς το επίπεδο, όπως στο διπλανό σχήμα, σε ύψος $h=3\text{m}$ από το λείο οριζόντιο επίπεδο.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να αναλύστε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- ii) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα.
- iii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα, το οποίο φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$, συνεχίζοντας στη συνέχεια να ανεβαίνει σε ένα δεύτερο λείο κεκλιμένο επίπεδο.
 - α) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου επιπέδου και του σώματος.
 - β) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος y από το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο δεύτερο επίπεδο.

Το σώμα θεωρείται υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, οι κορυφές των κεκλιμένων επιπέδων έχουν εξομαλυνθεί, ώστε η διέλευση του σώματος από το ένα επίπεδο στο άλλο να γίνεται χωρίς κανένα πρόβλημα και $g=10\text{m/s}^2$.