

ΚΥΜΑΤΑ

Θέματα Εξετάσεων

- 1) Το μήκος κύματος δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι λ . Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος θα είναι:

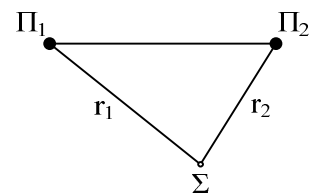
α. λ

β. $\frac{\lambda}{2}$

γ. 2λ

δ. $\frac{\lambda}{4}$.

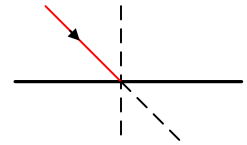
- 2) Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα, που διαδίδονται σε επιφάνεια νερού, έχουν την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος. Τα κύματα βρίσκονται σε φάση και ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πηγές Π_1 και Π_2 . Τα κύματα φτάνουν σε σημείο Σ που απέχει απόσταση r_1 από την πηγή Π_1 και απόσταση r_2 από την πηγή Π_2 , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- Τί εννοούμε με τον όρο ενίσχυση του κύματος στο σημείο Σ ;
- Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε ενισχυτική συμβολή;
- Τί εννοούμε με τον όρο απόσβεση του κύματος σε σημείο Σ ;
- Ποια σχέση καθορίζει τη θέση των σημείων στα οποία έχουμε απόσβεση;

3) Μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος λ_0 περνάει από τον αέρα (κενό) σε διαφανές μέσο. Να εξηγήσετε, γιατί το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο μέσο αυτό δεν μπορεί να αυξηθεί

4) Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στο οπτικό μέσο Α με δείκτη διάθλασης n_A προσπίπτει με γωνία μικρότερη της κρίσιμης στη διαχωριστική επιφάνεια με άλλο διαφανές οπτικό μέσο Β με δείκτη διάθλασης n_B , όπου $n_B < n_A$.



A. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε τη διαθλώμενη ακτίνα.

B. Ποια από τις δύο γωνίες είναι μεγαλύτερη;

α. η γωνία προσπτώσεως,

β. η γωνία διαθλάσεως.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5) Αν η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι $y = 10\eta\mu(6\pi t - 2\pi x)$ στο S.I., τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

α. 10m/s

β. 6m/s

γ. 2m/s

δ. 3m/s.

6) Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η κάθε μία παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

α. 0cm

β. 10cm

γ. 20cm

δ. 40cm .

7) Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται :

α. μέγιστη γωνία

β. ελάχιστη γωνία

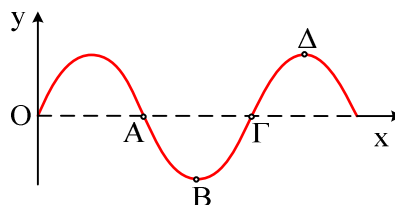
γ. μηδενική γωνία

δ. κρίσιμη γωνία.

8) Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $E = 30\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$. Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $B = 10^{-7}\eta\mu 2\pi(6 \cdot 10^{10}t - 2 \cdot 10^2x)$.

Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s.

9) Το παρακάτω σχήμα παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα επάνω είναι το



α. Α .

β. Β .

γ. Γ .

δ. Δ .

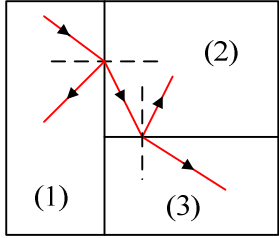
10) Το βάθος μιας πισίνας φαίνεται από παρατηρητή εκτός της πισίνας μικρότερο από το πραγματικό, λόγω του φαινομένου της:

α. ανάκλασης

β. διάθλασης

γ. διάχυσης

δ. ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

- 11) Να εξετάσετε αν η παρακάτω εξίσωση $E = 75\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{10}t - 4 \cdot 10^4x)$ περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό. Όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο S.I. (ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).
- 12) Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η πορεία μιας ακτίνας μονοχρωματικού φωτός η οποία διέρχεται από τρία διαφανή υλικά (1), (2) και (3), με δείκτες διάθλασης n_1 , n_2 και n_3 αντίστοιχα.
- 
- i) Ποια σχέση ικανοποιούν οι δείκτες διάθλασης;
- α. $n_3 > n_2 > n_1$
- β. $n_3 = n_2$
- γ. $n_1 > n_2 > n_3$
- ii) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- 13) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:
- i) είναι διαμήκη.
- ii) υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
- iii) διαδίδονται σε όλα τα μέσα με την ίδια ταχύτητα.
- iv) δημιουργούνται από σταθερό μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.
- 14) Μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται στο γυαλί προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του γυαλιού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης θ_a τέτοια ώστε $\eta\mu\theta_a = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι $\eta_a = \sqrt{2}$. Η ακτινοβολία θα:
- i) διαθλαστεί και θα εξέλθει στον αέρα.
- ii) κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.
- iii) ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.
- Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- 15) Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης ...
- i) περιορίζονται μόνο στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που ανιχνεύει ο ανθρώπινος οφθαλμός.
- ii) δεν αφορούν την υπέρυθη και υπεριώδη ακτινοβολία.
- iii) περιορίζονται μόνο στα ραδιοκύματα.
- iv) είναι κοινά σε όλα τα είδη των κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.
- 16) Συμπλήρωση κενών
- i) Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από μια περιοχή του υλικού μέσου σε άλλη, αλλά δεν μεταφέρεται
- ii) Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- iii) Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.
- iv) Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται
- v) Τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα ονομάζονται
- 17) Συμπλήρωση κενών
- i) Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και λίγο διαφορετικές συχνότητες, ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται του διακροτήματος.
- ii) Το φαινόμενο στο οποίο παράλληλες φωτεινές ακτίνες μετά την ανάκλασή τους σε κάποια επιφάνεια δεν είναι πια παράλληλες, ονομάζεται

- iii) Η απόσταση στην οποία διαδίδεται ένα κύμα σε χρόνο μιας ονομάζεται μήκος κύματος.
- iv) Αιτία δημιουργίας ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

18) Σωστού – Λάθους.

- i) Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται όταν αυτή περνά από ένα διαφανές μέσο (π.χ. γυαλί) στον αέρα.
- ii) Με τα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου σε άλλο σημείο του ίδιου μέσου.
- iii) Το αποτέλεσμα της συμβολής δυο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

19) Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα

- α.** είναι διάμηκες.
- β.** είναι εγκάρσιο όπου τα διανύσματα του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους.
- γ.** παράγεται από σταθερό ηλεκτρικό ή σταθερό μαγνητικό πεδίο.
- δ.** έχει ως αίτιο την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

20) Σωστού – Λάθους.

- i) Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά σώματα.
- ii) Τα μικροκύματα παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα.
- iii) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- iv) Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.
- v) Κατά την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων εκπέμπονται ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

21) Σωστού – Λάθους.

- i) Τα ραδιοκύματα εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες.
- ii) Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον, εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται, και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.
- iii) Σε στάσιμο κύμα τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται, διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- iv) Τα ραδιοκύματα διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης του φωτός.
- v) Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- vi) Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτες διάθλασης $n_1 \neq n_2$, το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.

22) Σωστού - λάθους

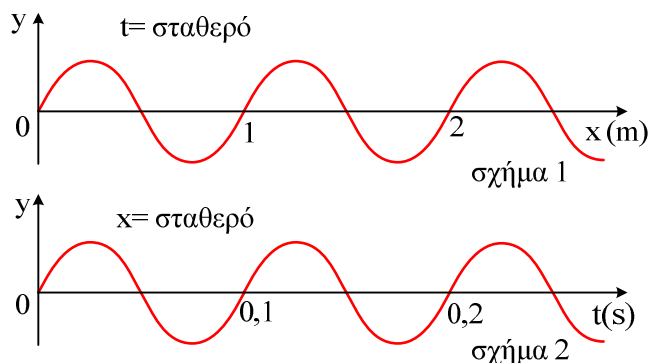
- i) Ένα φορτίο που κινείται με σταθερή ταχύτητα στο κενό εκπέμπει διαμήκες ηλεκτρομαγνητικό κύμα.
- ii) Οι νόμοι της διάθλασης ισχύουν και για μηχανικά κύματα.
- iii) Δύο πηγές εκπέμπουν κύματα με το ίδιο μήκος κύματος. Για να παρατηρηθεί το φαινόμενο συμβολής των κυμάτων αυτών σε τυχαίο σημείο, θα πρέπει οι πηγές να είναι οπωσδήποτε σύγχρονες.
- iv) Κατά τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δεν διαδίδεται ενέργεια.
- v) Το φαινόμενο της ολικής εσωτερικής ανάκλασης μπορεί να συμβεί όταν το φως μεταβαίνει από μέσο με μικρότερο δείκτη διάθλασης σε μέσο με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης.
- vi) Κατά τη διάδοση ενός κύματος σ' ένα ελαστικό μέσο μεταφέρεται ενέργεια και ορμή.

23) Σωστού – Λάθους.

- i) Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται

παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

- ii) Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει μόνο όταν το φως μεταβαίνει από μέσο (α) σε μέσο (β) για τα οποία ισχύει $n_a > n_b$.
- iii) Κατά τη διάδοση ενός κύματος σ' ένα ελαστικό μέσο μεταφέρεται ενέργεια και ορμή.
- 24) Το σχήμα 1 παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος, ενώ το σχήμα 2 παριστάνει την κατακόρυφη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός δεδομένου σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το παραπάνω κύμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Από τη μελέτη των δύο σχημάτων προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

- α. 0,1 m/s .
- β. 1 m/s .
- γ. 10 m/s .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 25) Το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σημείου ελαστικού μέσου στο οποίο σχηματίζεται στάσιμο κύμα:

- α. είναι το ίδιο για όλα τα σημεία του μέσου.
- β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου.
- γ. εξαρτάται από τη θέση και τη χρονική στιγμή.
- δ. εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.

- 26) Το παρατηρούμενο «σπάσιμο» μιας ράβδου της οποίας ένα τμήμα είναι βυθισμένο στο νερό οφείλεται στο φαινόμενο της:

- α. ανάκλασης.
- β. διάχυσης .
- γ. διάθλασης.
- δ. ολικής ανάκλασης.

- 27) Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:

- i) παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.
- ii) δεν παραβιάζεται ποτέ.
- iii) ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.
- iv) δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

- 28) Ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος λ_1 διαδίδεται σε ένα μέσο με ταχύτητα v_1 . Όταν το κύμα εισέλθει σε δεύτερο μέσο διαδίδεται με ταχύτητα v_2 ($v_2 \neq v_1$). Το μήκος κύματος στο δεύτερο μέσο θα είναι

- α. $\lambda_2 = \lambda_1(v_2/v_1)$. β. $\lambda_2 = \lambda_1(v_1/v_2)$. γ. $\lambda_2 = \lambda_1$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 29) Δύο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο Σ βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει $|r_1 - r_2| = 11\lambda$, τότε το Σ ταλαντώνεται με πλάτος

α. A . β. $A \cdot 2$. γ. 0 . δ. $2A$.

- 30) Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο:

- i) της συμβολής.
ii) της διάθλασης.
iii) της περίθλασης.
iv) της ολικής ανάκλασης.

- 31) Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου E η ένταση ηλεκτρικού πεδίου και B η ένταση μαγνητικού πεδίου:

α. $E = 75 \text{ ημ } 2\pi (12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^4 x)$

$B = 25 \cdot 10^{-8} \text{ ημ } 2\pi (12 \cdot 10^{10} t - 4 \cdot 10^4 x) \text{ (SI)}$

β. $E = 300 \text{ ημ } 2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)$

$B = 100 \cdot 10^{-8} \text{ ημ } 2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x) \text{ (SI)}$

γ. $E = 150 \text{ ημ } 2\pi (9 \cdot 10^{10} t - 3 \cdot 10^2 x)$

$B = 50 \cdot 10^{-8} \text{ ημ } 2\pi (9 \cdot 10^{10} t + 3 \cdot 10^2 x) \text{ (SI)}$

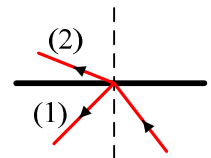
Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

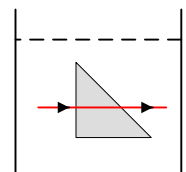
- 32) Μονοχρωματική ακτινοβολία εισέρχεται στο μέσο 2 από το μέσο 1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν f_1 και f_2 είναι οι συχνότητες, λ_1 και λ_2 τα μήκη κύματος, v_1 και v_2 οι ταχύτητες και n_1 και n_2 οι δείκτες διάθλασης στα δύο μέσα αντίστοιχα, θα ισχύει ότι

- i) $f_1 > f_2$.
ii) $n_1 < n_2$.
iii) $v_1 > v_2$.
iv) $\lambda_1 < \lambda_2$.



- 33) Γυάλινο πρίσμα είναι βυθισμένο εξ ολοκλήρου σε υγρό. Μονοχρωματική ακτινοβολία διαδίδεται, όπως δείχνει το σχήμα. Αν το πρίσμα και το υγρό έχουν δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

- i) $n_1 > n_2$.
ii) $n_2 > n_1$.
iii) $n_1 = n_2$.
iv) $n_2 = 2n_1$.



- 34) Δύο σύμφωνες πηγές (1) και (2) δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος $\lambda = 4 \text{ cm}$. Σημείο M της επιφάνειας του υγρού απέχει $r_1 = 17 \text{ cm}$ από την πηγή (1) και $r_2 = 9 \text{ cm}$ από την πηγή (2).

- i) Το πλάτος της ταλάντωσης στο σημείο M λόγω συμβολής είναι ίσο με

α. 0. β. $\sqrt{2} \text{ A}$ γ. 2A.

ii) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 35) Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δύο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας f_2 , που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών.

Η συχνότητα f_2 είναι ίση με:

α. $\frac{4}{3} f_1$. β. $\frac{8}{3} f_1$. γ. $\frac{5}{3} f_1$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 36) Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς από τα στοιχεία της Στήλης I του παρακάτω πίνακα και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα από τα στοιχεία της Στήλης II που αντιστοιχεί σε αυτόν. (Στη Στήλη II περισεύει μια κατηγορία

Στήλη I	Στήλη II
(Ιδιότητες ή εφαρμογές των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)	(Κατηγορίες ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων)
1. Λήψη ακτινογραφιών.	α. Ραδιοκύματα.
2. Λειτουργία τηλεόρασης.	β. Μικροκύματα.
3. Απορρόφηση από το όζον της στρατόσφαιρας.	γ. Υπέρυθρες.
4. Λειτουργία ραντάρ.	δ. Υπεριώδεις.
5. Εκπομπή από θερμά σώματα.	ε. Ακτίνες X.
	στ. Ακτίνες γ .

- 37) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα n_1 και n_2 με $n_1 > n_2$. Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά

- υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.
- η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
- η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.
- η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

- 38) Σ' ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται

- έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.
- έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.
- διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
- έχουν την ίδια φάση.

- 39) Κατά μήκος ευθείας $x'x$ βρίσκονται στις θέσεις Κ και Λ δύο σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις τους από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y = A \sin \omega t$. Η απόσταση (ΚΛ) είναι 6cm. Το μήκος κύματος των παραγόμενων κυμάτων είναι 4cm. Σε σημείο Σ της ευθείας $x'x$, το οποίο δεν ανήκει στο

ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσής του Α' θα είναι
 i) $A' = 2A$ ii) $A' = 0$ iii) $0 < A' < 2A$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

40) Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται :

- i) από φορτισμένο πυκνωτή
- ii) από φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα
- iii) από φορτία τα οποία επιταχύνονται
- iv) από ακίνητο ραβδόμορφο μαγνήτη.

41) Για κάθε ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, με ταχύτητα c , ο λόγος του μέτρου της έντασης B του μαγνητικού πεδίου του κύματος προς το μέτρο της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος, στο ίδιο σημείο και την ίδια χρονική στιγμή, είναι

- α) c β) c^2 γ) $\frac{1}{c}$ δ) $\frac{1}{c^2}$

42) Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 , που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού, ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A . Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Σ που ισαπέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 , είναι:

- α. A . β. $2A$. γ. $\frac{1}{2} A$ δ. 0

43) Στον παρακάτω πίνακα, στη Στήλη I αναφέρονται διάφορα είδη ακτινοβολίας, ενώ στη Στήλη II αναφέρονται ιδιότητες ή χρήσεις ή προέλευση των ακτινοβολιών. Να γίνουν οι αντιστοιχίσεις. (Ένα δεδομένο της Στήλης II περισσεύει).

Στήλη I	Στήλη II
1. Ραδιοκύματα	α. Ραντάρ
2. Μικροκύματα	β. Μαύρισμα της επιδερμίδας
3. Υπέρυθρες ακτίνες	γ. Ραδιόφωνο
4. Υπεριώδεις ακτίνες	δ. Αύξηση της θερμοκρασίας
5. Ακτίνες γ	ε. Όραση
στ. Ραδιενεργοί πυρήνες	

44) Δύο όμοιες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της επιφάνειας του νερού τα οποία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, είναι

- i) κύκλοι.
- ii) ελλείψεις.
- iii) παραβολές.
- iv) υπερβολές.

45) Στα διαμήκη κύματα όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

- i) Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.
- ii) Όταν ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, τότε γύρω του παράγεται ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

46) Μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος λ_0 στο κενό περνάει από το μέσον α με δείκτη διάθλασης n_α στο μέσον β με δείκτη διάθλασης n_β προσπίπτοντας κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια

των δύο μέσων. Αν $n_a = 2n_b$, τότε το μήκος κύματος λ_b της ακτινοβολίας στο μέσον β και το μήκος κύματος λ_a της ακτινοβολίας στο μέσο α ικανοποιούν τη σχέση

α. $\lambda_b = \frac{1}{2}\lambda_a$ β. $\lambda_b = 2\lambda_a$ γ. $\lambda_b = 4\lambda_a$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

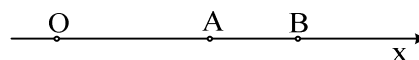
47) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός μεταβαίνει από διαφανές μέσο Α σε άλλο διαφανές μέσο Β. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι $\theta_a = 30^\circ$ και η γωνία διάθλασης είναι $\theta_b = 45^\circ$, τότε η ταχύτητα διάδοσης της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο μέσο Β είναι

- i) μικρότερη από αυτή στο μέσο Α.
- ii) ίση με αυτή στο μέσο Α.
- iii) μεγαλύτερη από αυτή στο μέσο Α.
- iv) εξαρτάται από τη συχνότητα της μονοχρωματικής ακτινοβολίας.

48) Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τότε για τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου ισχύει ότι :

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης
- β. έχουν διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης
- γ. το πλάτος ταλάντωσης τους εξαρτάται από τη θέση τους
- δ. γίνεται μεταφορά ενέργειας από το ένα σημείο στο άλλο.

49) Πηγή Ο αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$ σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Το παραγόμενο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Οx. Τα σημεία Α, Β



που φαίνονται στο σχήμα απέχουν από την πηγή Ο αποστάσεις x_A , x_B και οι φάσεις τους την ίδια χρονική στιγμή είναι αντίστοιχα ϕ_A , ϕ_B .

Ποιο από τα δύο ισχύει;

α. $\phi_A < \phi_B$ β. $\phi_A > \phi_B$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

50) Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία εκπέμπεται :

- α. από φορτισμένο πυκνωτή
- β. από φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα
- γ. από φορτία τα οποία επιταχύνονται
- δ. από ακίνητο ραβδόμορφο μαγνήτη.

51) Καθώς μία μονοχρωματική ακτινοβολία περνά από τον αέρα στο γυαλί,

- α. η ταχύτητά της ελαττώνεται.
- β. η συχνότητά της αυξάνεται.
- γ. το μήκος κύματος της παραμένει σταθερό.
- δ. το μήκος κύματος της αυξάνεται.

52) Σωστού - λάθους.

- α. Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος κοντά στην κεραία έχουν διαφορά φάσης μηδέν.
- β. Το μήκος κύματος του ορατού φωτός στο κενό κυμαίνεται από 400nm έως 700nm.
- γ. Τα μηχανικά κύματα μεταφέρουν ενέργεια και ύλη.

- 53) Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους A και συχνότητας 4Hz , τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού με ταχύτητα 20cm/s . Ένα σημείο που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις $r_1=17\text{cm}$ και $r_2=12\text{cm}$ αντίστοιχα
- α.** ταλαντώνεται με πλάτος A .
 - β.** ταλαντώνεται με πλάτος $2A$.
 - γ.** παραμένει ακίνητο.
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 54) Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο
- α.** έχουν διαφορά φάσης ίση με $\pi/4$.
 - β.** έχουν λόγο $B/E=c$.
 - γ.** έχουν διανύσματα που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.
 - δ.** δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.
- 55) Σωστού - λάθους
- α.** Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από ένα σημείο στο άλλο, αλλά δεν μεταφέρεται ούτε ύλη, ούτε ορμή.
 - β.** Το ορατό φως είναι μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας την οποία ανιχνεύει το ανθρώπινο μάτι.
 - γ.** Σε στάσιμο κύμα, μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, όλα τα σημεία έχουν την ίδια φάση.
 - δ.** Μήκος κύματος λ είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
 - ε.** Ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο υλικό προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό ονομάζεται δείκτης διάθλασης του υλικού.
 - στ.** Διάχυση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο, μετά από ανάκλαση δέσμης παράλληλων ακτίνων, οι ανακλώμενες ακτίνες δεν είναι πια παράλληλες μεταξύ τους.
- 56) Σωστού λάθους:
- i) Η μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος 500 nm στο κενό είναι ορατή.
 - ii) Στα διαμήκη κύματα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
 - iii) Το όζον της ατμόσφαιρας απορροφά την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
 - iv) Ένα κατεργασμένο διαμάντι (με πολλές έδρες), που περιβάλλεται από αέρα, λαμποκοπά στο φως επειδή έχει μεγάλη κρίσιμη γωνία.
 - v) Το διάγραμμα της συνάρτησης $y=A\eta\mu 2\pi(t/T -\sigma\tau\theta)$ είναι στιγμιότυπο κύματος.
- 57) Σωστού λάθους:
- i) Ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα είναι αδύνατο να διαδίδεται στα αέρια.
 - ii) Κατά την ανάκλαση η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη και η κάθετη στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.
 - iii) Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως ορμή και ύλη.
 - iv) Το ορατό φως παράγεται κατά τις αποδιεγέρσεις πυρήνων στα άτομα και στα μόρια.
 - v) Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στο ορατό φως.
 - vi) Κατά τη διάδοση μηχανικού κύματος μεταφέρεται ορμή από ένα σημείο του μέσου στο άλλο.
- 58) Κολυμβητής βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και

★ Ηλιος

παρατηρεί τον ήλιο. Η θέση που τον βλέπει είναι

α. πιο ψηλά από την πραγματική του θέση.

β. ίδια με την πραγματική του θέση.

γ. πιο χαμηλά από την πραγματική του θέση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

59) Στη διαχωριστική επιφάνεια του υλικού Α με τον αέρα, για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(A)}=0,8$. Για το υλικό Β στη διαχωριστική επιφάνειά του με τον αέρα, είναι ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(B)}=0,2$. Τα υλικά Α και Β είναι οπτικά πυκνότερα από τον αέρα. Τότε:

α. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(AB)}=0,25$.

β. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(AB)}=0,25$.

γ. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(AB)}=0,6$.

δ. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta_{\text{crit}}^{(AB)}=0,6$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

60) Στην επιφάνεια υγρού συμβάλλουν δύο όμοια κύματα που δημιουργούνται από δύο σύγχρονες αρμονικές πηγές. Σε σημείο Φ που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 έχουμε ενίσχυση όταν:

α) $|r_1-r_2| = (2N + \frac{1}{2})\lambda$

β) $|r_1-r_2| = N\lambda$

γ) $|r_1-r_2| = (2N + \frac{1}{2})\lambda/2$.

όπου $N = 0, 1, 2, \dots$, λ το μήκος κύματος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

61) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Αν η ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στο γυαλί είναι v και στον αέρα c ($v \neq c$), τότε για την κρίσιμη γωνία θ_{crit} ισχύει η σχέση

$$\text{α. } \eta_{\text{crit}} = \frac{c}{v} \quad \text{β. } \eta_{\text{crit}} = \frac{v}{c} \quad \text{γ. } \eta_{\text{crit}} = \frac{c^2}{v^2}.$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

62) Ένα αντικείμενο βυθισμένο μέσα στο νερό, φαίνεται να βρίσκεται πιο κοντά στην επιφάνεια του νερού. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο της

α. ανάκλασης.

β. διάθλασης.

γ. διάχυσης.

δ. συμβολής.

63) Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την κεραία, τα διανύσματα της έντασης (E) του ηλεκτρικού και της έντασης (B) του μαγνητικού πεδίου είναι σε κάθε

στιγμή

α. παράλληλα και ισχύει $E = B \cdot c$.

β. κάθετα και ισχύει $E = B \cdot c$.

γ. είναι παράλληλα και ισχύει $B = E \cdot c$.

δ. είναι κάθετα και ισχύει $B = E \cdot c$.

64) Τα δύο άκρα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, με βάση τα μήκη κύματός των, είναι:

α. η ιώδης και η ερυθρή ακτινοβολία.

β. η υπεριώδης και η υπέρυθρη ακτινοβολία.

γ. οι ακτίνες x και οι ακτίνες γ.

δ. οι ακτίνες γ και τα ραδιοφωνικά κύματα.

65) Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλασης n είναι: $E = 100\eta\mu 2\pi(12 \cdot 10^{12}t - 6 \cdot 10^4x)$ (όλα τα μεγέθη στο S.I.).

Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, ο δείκτης διάθλασης του υλικού είναι:

α. 1,2

β. 1,5

γ. 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

66) Τα ραντάρ χρησιμοποιούν

α. υπεριώδη ακτινοβολία.

β. μικροκύματα.

γ. ακτίνες X.

δ. ακτίνες γ.

67) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

α. διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.

β. έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.

γ. διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.

δ. είναι διαμήκη.

68) Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

β. έχουν την ίδια φάση.

γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.

δ. είναι ακίνητα.

69) Σωστού - λάθους

i) Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.

ii) Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.

iii) Οι ακτίνες X έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.

iv) Όταν σε μια ελαστική χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, τότε όλα τα σημεία της χορδής διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

v) Η αρχή της επαλληλίας δεν ισχύει στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.

70) Σωστού – λάθους

- i) Ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- ii) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται στο κενό με τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα.
- iii) Σε ένα στάσιμο κύμα, τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν φάσεις που διαφέρουν κατά π .
- iv) Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.
- v) Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ .
- vi) Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.
- vii) Η αρχή της επαλληλίας ισχύει και στην περίπτωση που τα κύματα δημιουργούνται από έκρηξη.
- viii) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.
- ix) Κοντά στην κεραία παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο έχουν διαφορά φάσης 90°

71) Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους A . Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος $2A$. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα $2f$ και με το ίδιο πλάτος A , τότε το σημείο Σ θα

α. ταλαντωθεί με πλάτος $2A$.

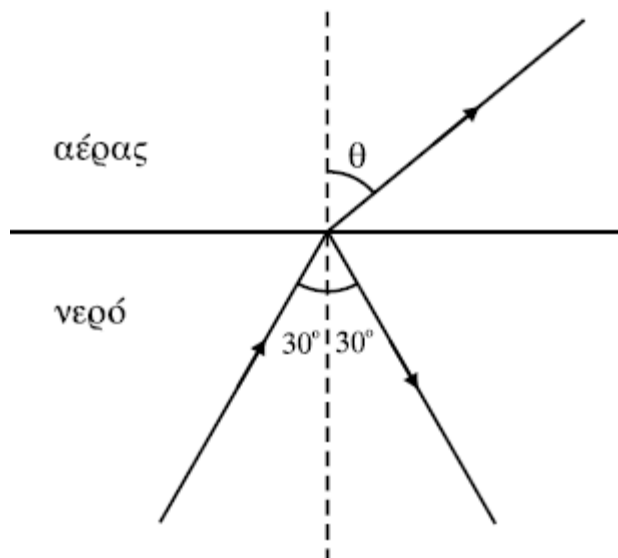
β. ταλαντωθεί με πλάτος $4A$.

γ. παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

72) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαδίδεται στο νερό και προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνειά του με γωνία 30° . Η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα



Αν v είναι η ταχύτητα του φωτός στο νερό και c στον αέρα, τότε ισχύει

α. $v < c/2$,

β. $v = c/2$, **γ.** $v > c/2$

Δίνεται ότι $\eta_{\mu 30^\circ} = 1/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

73) Οι παρακάτω εξισώσεις περιγράφουν ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό και ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό

πεδίο αντίστοιχα

$$E = 3 \cdot 10^2 \eta \mu 2 \pi (8 \cdot 10^{11} t - 4 \cdot 10^3 x) \text{ (S.I.)}$$

$$B = 10^{-6} \eta \mu 2 \pi (8 \cdot 10^{11} t - 4 \cdot 10^3 x) \text{ (S.I.)}$$

Οι εξισώσεις αυτές

α. μπορεί να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό (H/M) κύμα που διαδίδεται στο κενό.

β. μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα που διαδίδεται σε ένα υλικό.

γ. δεν μπορεί να περιγράφουν ένα H/M κύμα.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

74) Μονοχρωματική δέσμη φωτός εισέρχεται (από το κενό) σε γυάλινη πλάκα με δείκτη διάθλασης 1,5 . Της δέσμης αυτής μέσα στο γυαλί

α. το μήκος κύματος θα αυξηθεί.

β. η συχνότητα θα αυξηθεί.

γ. η συχνότητα θα μειωθεί.

δ. το μήκος κύματος θα μειωθεί.

75) Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος εξαρτάται από

α. το μήκος κύματος.

β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

γ. τη συχνότητα του κύματος.

δ. το πλάτος του κύματος.

76) Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται στο κενό, ο λόγος της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου προς την ένταση B του μαγνητικού πεδίου ισούται με

α. c^2

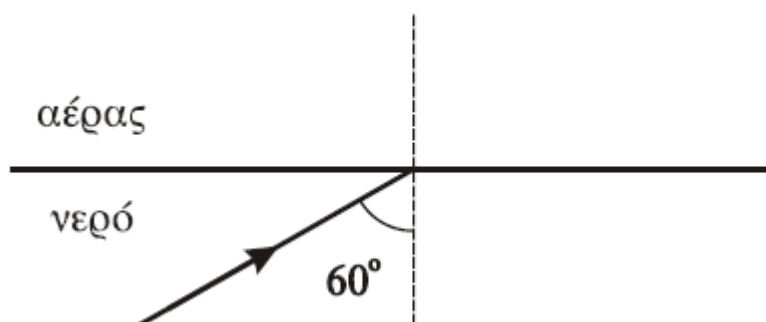
β. c

γ. $1/c$

δ. $1/c^2$

όπου c η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

77) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προερχόμενη από το νερό προσπίπτει με γωνία 60° στη διαχωριστική επιφάνεια νερού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ακτίνα μετά την πρόσπτυσή της στη διαχωριστική επιφάνεια

α. εξέρχεται στον αέρα.

β. δεν εξέρχεται στον αέρα.

γ. κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.

Δίνονται: ο δείκτης διάθλασης του νερού για αυτήν την ακτινοβολία $n_v=34$, ο δείκτης διάθλασης του αέρα

$n_a=1$, το $\eta_{50^\circ}=0,75$ και το $\eta_{60^\circ}=0,87$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή φράση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

78) Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα v , το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι B . Θα ισχύει:

α. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \parallel \vec{v}$.

β. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \perp \vec{v}$.

γ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \perp \vec{v}$.

δ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \parallel \vec{v}$, $\vec{B} \parallel \vec{v}$.

79) Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε :

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.

γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

80) Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα πλάτους A , συχνότητας f και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο K της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος $2A$. Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών. Το σημείο K ταλαντώνεται τώρα με πλάτος

α. $2A$ β. A γ. 0

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

81) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

α. είναι εγκάρσια.

β. είναι διαμήκη.

γ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

δ. έχουν την ίδια ταχύτητα σε οποιοδήποτε υλικό μέσο.

82) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός πέφτει στη διαχωριστική επιφάνεια υγρού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

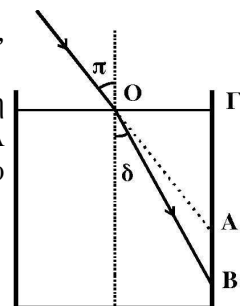
Η γωνία πρόσπτωσης είναι π , η γωνία διάθλασης είναι δ , το μήκος στην προέκταση της προσπίπτουσας ακτίνας μέχρι το κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου είναι OA και το μήκος στη διεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας μέχρι το τοίχωμα του δοχείου

είναι OB . Αν η γωνία πρόσπτωσης π αυξάνεται, τότε ο λόγος $\frac{OB}{OA}$:

α. αυξάνεται, β. μειώνεται, γ. παραμένει σταθερός.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)



83) Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Σημείο Μ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 εκτελεί, λόγω συμβολής, ταλάντωση πλάτους $2A$. Αν k είναι ακέραιος και λ το μήκος κύματος των δύο κυμάτων για r_1 και r_2 ισχύει

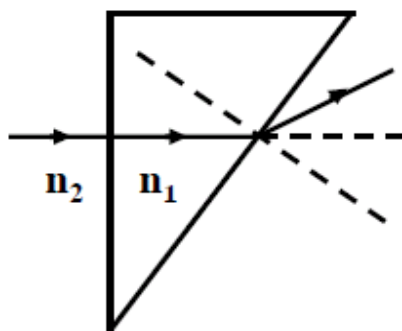
α. $r_1 + r_2 = k\lambda$

β. $r_1 - r_2 = k\lambda$

γ. $r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

δ. $r_1 + r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

84) Πρίσμα με δείκτη διάθλασης n_1 βρίσκεται μέσα σε υλικό με δείκτη διάθλασης n_2 . Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός ακολουθεί την πορεία που φαίνεται στο σχήμα.



Αν λ_1 και λ_2 είναι τα μήκη κύματος στο πρίσμα και στο υλικό αντίστοιχα, ισχύει ότι:

α. $\lambda_1 = \lambda_2$

β. $\lambda_1 > \lambda_2$

γ. $\lambda_1 < \lambda_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

85) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την πηγή, ισχύει ότι:

- στη θέση που η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν, η ένταση B του μαγνητικού πεδίου είναι μέγιστη
- τα διανύσματα των εντάσεων E του ηλεκτρικού και B του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους
- το διάνυσμα της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος
- το διάνυσμα της έντασης B του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

86) Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος λ_1 . Αν η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι $d = 2 \lambda_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων Κ και Λ.

Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2 = 3 f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ, είναι:

i) 6

ii) 8

iii) 12

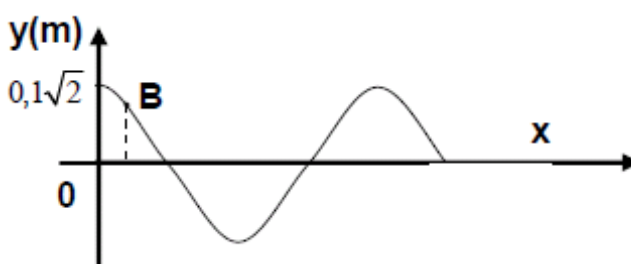
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

87) Όταν οδηγούμε τη νύχτα σε βρεγμένο δρόμο, με τα φώτα αναμμένα, η οδήγησή μας είναι

- α. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της ολικής ανάκλασης του φωτός
- β. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός
- γ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της κατοπτρικής ανάκλασης του φωτός
- δ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός.

88) Το παρακάτω σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο T και μήκος κύματος λ , τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$:



Το σημείο 0 είναι κοιλία που για $t = 0s$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της

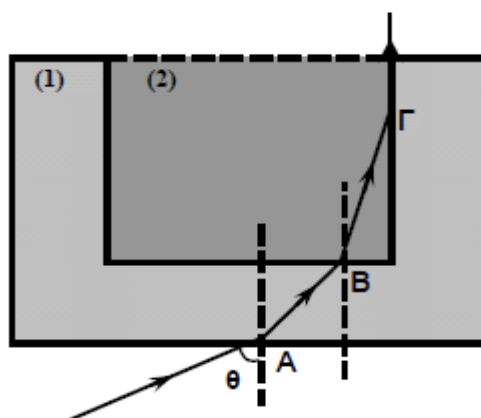
ταλάντωσης σημείου B με $x_B = \frac{\lambda}{8}$ είναι:

- i) 0,05 m
- ii) 0,1 m
- iii) $0,1\sqrt{2}$ m

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 6).

89) Δύο υλικά (1) και (2) με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 , αντίστοιχα, με $n_1 < n_2$, τοποθετούνται όπως στο παρακάτω σχήμα:



Μονοχρωματική δέσμη φωτός από τον αέρα εισέρχεται στο υλικό (1) στο σημείο A με γωνία πρόσπτωσης θ . Μετά από διάθλαση στο σημείο B, εισέρχεται στο υλικό (2) και συναντά τη

διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών στο σημείο Γ. Αν γνωρίζουμε ότι στη συνέχεια κινείται παράλληλα με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών, τότε ισχύει:

- i) $\eta\mu\theta = \frac{n_1}{n_2}$
- ii) $\eta\mu\theta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$
- iii) $\eta\mu\theta = 1 - \frac{n_1}{n_2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (μονάδες 7).

90) Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως: υπέρυθρο: λ_{ν} , ραδιοκύματα: λ_{ρ} , πράσινο ορατό φως: λ_{π} , ακτίνες X: λ_{χ} .

Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

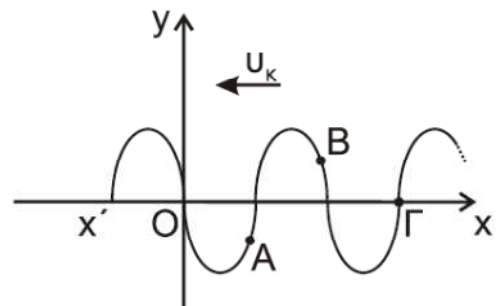
- α) $\lambda_{\chi} > \lambda_{\rho} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\pi}$
- β) $\lambda_{\rho} > \lambda_{\pi} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\chi}$
- γ) $\lambda_{\rho} > \lambda_{\nu} > \lambda_{\pi} > \lambda_{\chi}$
- δ) $\lambda_{\nu} > \lambda_{\chi} > \lambda_{\rho} > \lambda_{\pi}$

91) Σωστού λάθους:

- i) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- ii) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E} = c\right)$.
- iii) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.
- iv) Τα ραντάρ δεν χρησιμοποιούν μικροκύματα.
- v) Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- vi) Το κύκλωμα επιλογής σταθμών στο ραδιόφωνο είναι ένα κύκλωμα LC, που εξαναγκάζεται σε ηλεκτρική ταλάντωση από την κεραία.

92) Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$ τη χρονική στιγμή t_1 . Για τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α, Β και Γ ισχύει:

- i) $v_A > 0, v_B > 0, v_{\Gamma} > 0$
- ii) $v_A < 0, v_B > 0, v_{\Gamma} > 0$



iii) $\nu_A > 0, \nu_B < 0, \nu_\Gamma > 0$

iv) $\nu_A < 0, \nu_B > 0, \nu_\Gamma < 0$

93) Μονοχρωματική δέσμη φωτός περνάει από τον αέρα στο γυαλί. Στην περίπτωση που η διαθλώμενη δέσμη διαδίδεται στην ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα, τότε:

i) η ταχύτητα της δέσμης στον αέρα είναι ίδια με την ταχύτητά της στο γυαλί

ii) η γωνία πρόσπτωσης είναι 90°

iii) η γωνία διάθλασης είναι 0°

iv) η γωνία εκτροπής είναι 90°

94) Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού σε τέτοιες αποστάσεις

από τις πηγές, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν σε αυτό με χρονική διαφορά $\Delta t = \frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος

ταλάντωσης των πηγών. Δεύτερο κομμάτι φελλού ίδιας μάζας με το προηγούμενο βρίσκεται στο μέσο M της απόστασης των πηγών Π_1 και Π_2 . Αν A_Σ και A_M είναι τα πλάτη ταλάντωσης των δύο κομματιών

φελλού μετά τη συμβολή, τότε ο λόγος των ενεργειών τους $\frac{E_\Sigma}{E_M}$ είναι:

$$\text{A)} \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{B)} \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{2} \quad \text{C)} \frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{4}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

95) Το μαγνητικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που παράγεται από κεραία ενός ραδιοφωνικού σταθμού και διαδίδεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, μακριά από την κεραία, περιγράφεται από τη σχέση

$$B = B_{\max} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Αν c η ταχύτητα του φωτός στο κενό - αέρα, το ηλεκτρικό πεδίο του ίδιου ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται από τη σχέση

α. $E = cB_{\max} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

β. $E = \frac{B_{\max}}{c} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

γ. $E = cB_{\max} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$

δ. $E = \frac{B_{\max}}{c} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$

- 96) α. Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.
 β. Τα ραδιοκύματα δημιουργούνται και από κυκλώματα LC.
 γ) Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν που ισχύει για τον ήχο .
 δ) Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης είναι κοινά σε όλα τα είδη κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.
- 97) Στη χορδή ενός μουσικού οργάνου έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει συνολικά πέντε (5) δεσμούς, δύο (2) στα άκρα της χορδής και τρεις (3) μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή με άλλη διέγερση δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας $f_1 = 2f_2$. Ο συνολικός αριθμός των δεσμών που έχει τώρα το στάσιμο κύμα είναι:
- i) 7 ii) 9 iii) 11
- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
 β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- 98) Ποια από τις περιοχές του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει τη μικρότερη συχνότητα;
 α) η υπέρυθρη ακτινοβολία
 β) τα ραδιοκύματα
 γ) το ορατό φως
 δ) οι ακτίνες γ.
- 99) Ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Y = 2A \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} \right)$$

Το πλάτος ταλάντωσης A' ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού από το σημείο $x=0$ και σε απόσταση $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν είναι:

$$\text{i) } A' = A\sqrt{3}$$

$$\text{ii) } A' = \frac{A}{2}$$

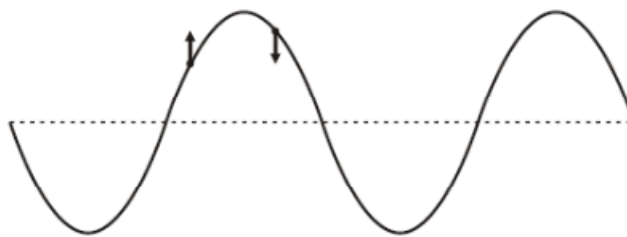
$$\text{iii) } A' = A$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

$$\text{Δίνεται : } \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) = -\frac{1}{2}$$

- 100) Στο στιγμιότυπο αρμονικού μηχανικού κύματος του **Σχήματος 1**, παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του.



Σχήμα 1

Το κύμα

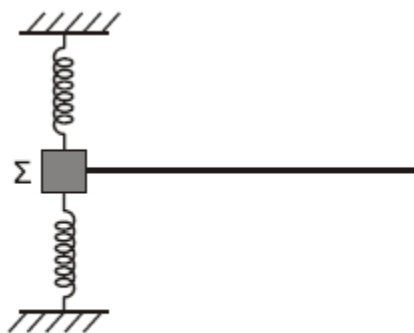
α. διαδίδεται προς τα αριστερά

β. διαδίδεται προς τα δεξιά

γ. είναι στάσιμο

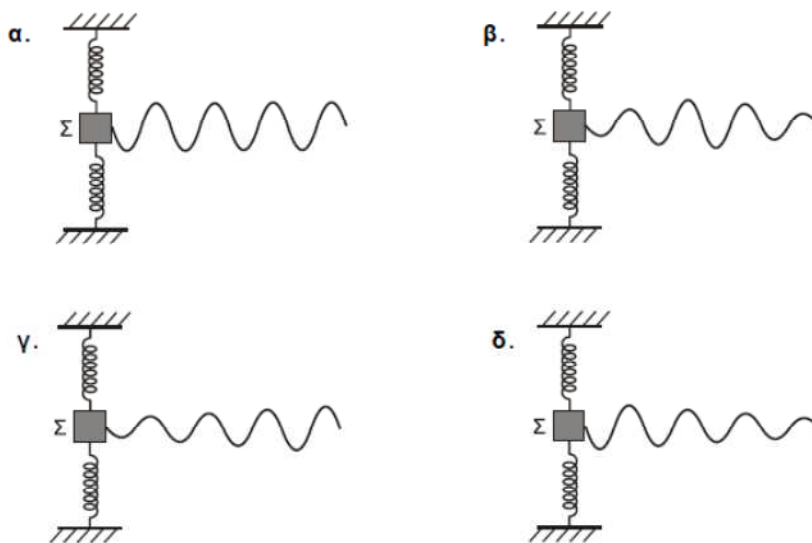
δ. μπορεί να διαδίδεται και προς τις δύο κατευθύνσεις (δεξιά ή αριστερά) .

- 101) Το **Σχήμα2** παριστάνει σώμα Σ συνδεδεμένο με δύο ελατήρια και εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση. Το σύστημα είναι τοποθετημένο σε οριζόντιο επίπεδο. Επιπλέον, το σώμα Σ είναι συνδεδεμένο με οριζόντια ελαστική χορδή κατά μήκος της οποίας **διαδίδεται** μηχανικό κύμα με πηγή το σώμα Σ .



Σχήμα 2

Να επιλέξετε τη σωστή εκδοχή του **Σχήματος 3** (α-δ) που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στη χορδή:



Σχήμα 3

102) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i) Η πηγή έχει τη μεγαλύτερη φάση από τη φάση όλων των σημείων ενός αρμονικού κύματος.
- ii) Στην επιφάνεια υγρού δύο σύμφωνες πηγές Π1 και Π2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε στα σημεία του υγρού συμβάλλουν αρμονικά κύματα. Τα σημεία της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος Π1Π2 παραμένουν συνεχώς ακίνητα.
- iii) Τα διανύσματα των εντάσεων του ηλεκτρικού πεδίου και του μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι παράλληλα.

103) Σε γραμμικό ελαστικό μέσο (1) δημιουργείται στάσιμο κύμα έτσι ώστε το ένα άκρο του μέσου να είναι δεσμός και το άλλο άκρο να είναι κοιλία. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο (2) από το ίδιο υλικό αλλά με διπλάσιο μήκος από το πρώτο, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε και τα δύο άκρα του δεύτερου μέσου να είναι δεσμοί. Μεταξύ των δύο άκρων του δεύτερου μέσου υπάρχουν άλλοι οκτώ δεσμοί. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο μέσων είναι

$$\text{i)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$$

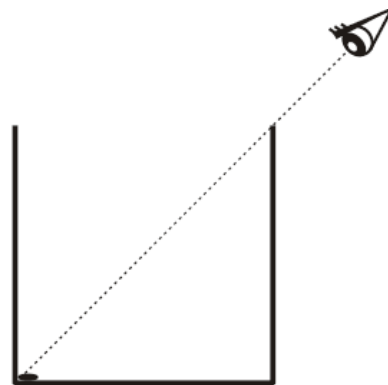
$$\text{ii)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{iii)} \frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

104) Στο άκρο ενός δοχείου **κυβικού** σχήματος τοποθετείται μικρό νόμισμα αμελητέων διαστάσεων. Ένας παρατηρητής βλέπει “οριακά” το νόμισμα από τη θέση που βρίσκεται έξω από το δοχείο, όπως απεικονίζεται στο **Σχήμα 6**. Στη συνέχεια, γεμίζουμε το δοχείο με υγρό **μέχρι το μέσο του**, οπότε ο παρατηρητής βλέπει πάλι “οριακά”, χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του, το νόμισμα μετατοπισμένο κατά απόσταση ίση με το $\frac{1}{4}$ του μήκους της βάσης του δοχείου.



Σχήμα 6

Το τετράγωνο του δείκτη διάθλασης του υγρού που προστέθηκε στο δοχείο είναι

$$\text{i)} n^2 = \frac{13}{8}$$

$$\text{ii)} n^2 = \frac{5}{2}$$

$$\text{iii)} n^2 = 2$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

105) Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου δημιουργείται στάσιμο κύμα με περισσότερους από δύο δεσμούς. Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται **α.** έχουν την ίδια ολική ενέργεια

- β. έχουν την ίδια μέγιστη ταχύτητα
- γ. έχουν κάθε στιγμή την ίδια φορά κίνησης
- δ. ακινητοποιούνται στιγμιαία ταυτόχρονα.

- 106) Το άκρο Ο ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Οx, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση: $y = 5\eta\mu 2\pi t$ (το y σε cm και το t σε s). Η ταλάντωση του σημείου Ο διαδίδεται στο μέσο με ταχύτητα $v = 1$ m/s. Σημείο Β του μέσου απέχει από το Ο κατά $x = 1$ m. Η ταχύτητα του σημείου Β του μέσου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0,5$ s και $t_2 = 2$ s έχει τιμές, αντίστοιχα:
- i) $v_1 = -0,1\pi$ m/s και $v_2 = -0,1\pi$ m/s
 - ii) $v_1 = 0$ m/s και $v_2 = 0,1\pi$ m/s
 - iii) $v_1 = -0,1\pi$ m/s και $v_2 = 0,1\pi$ m/s.
- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ασκήσεις

- i. Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή $t = 0$, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = 0,05\eta\mu 8\pi t$ (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'x$, κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου 20m/s.
- α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.
 - β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.
 - γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος.
 - δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής

E.A. 2002

- 90) Η μία άκρη ενός τεντωμένου σχοινιού είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο και η ελεύθερη άκρη εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε σχηματίζεται στάσιμο κύμα με εξίσωση $y = 0,4 \sin 10\pi x \cos 40\pi t$ (SI)
- i) Να υπολογίσετε το πλάτος και το μήκος κύματος για το κύμα, από το οποίο προκύπτει το στάσιμο.
 - ii) Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από την ελεύθερη άκρη του σχοινιού σχηματίζεται ο τρίτος δεσμός του στάσιμου κύματος.

Εξετάσεις Ομογενών 2002

- 91) Η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα $c = 3 \cdot 10^8$ m/s περιγράφεται από την εξίσωση $E = 9 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(10^8 t - x/\lambda)$ (S.I.)
- i) Να υπολογίσετε:

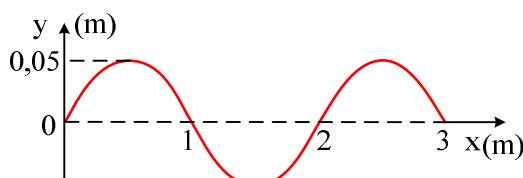
- a) Τη μέγιστη τιμή $B_{\max}$ του μαγνητικού πεδίου.
 b) Το μήκος κύματος αυτού του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.
 c) Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει το μαγνητικό πεδίο.
 ii) Το κύμα αυτό φτάνει στην κεραία ραδιοφωνικού δέκτη του οποίου το κύκλωμα επιλογής LC έχει πηνίο με τιμή συντελεστή αυτεπαγωγής $L = \frac{3}{50\pi^2}$ H. Για ποια τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή συντονίζεται ο δέκτης;

Εξετάσεις Ομογενών 2004

- 92) Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 0,08m και μήκους κύματος 2m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x'x. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s .
 α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής.
 β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο S.I.
 γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας 0,002 kg. (Να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο).
 δ. Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς, και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x = 0$. Να υπολογίσετε στο θετικό ημιάξονα τη θέση του 11^{ου} δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση $x = 0$.
 Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Επαναληπτικές Ε.Α. 2003

- 93) Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 0,05$ m. Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα Οx. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο $t_1 = 0,3$ s, κατά τον οποίο το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση 3m.



- α. Να βρείτε την ταχύτητα v διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο.
 β. Να βρείτε την περίοδο T του αρμονικού κύματος.
 γ. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.
 δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + T/4$.

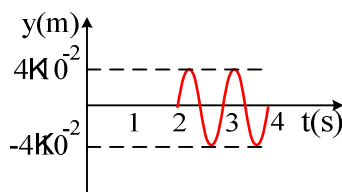
Εσπερινά 2003

- 94) Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L$, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

- i) Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.
- ii) Να υπολογίσετε το μήκος L .
- iii) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- iv) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου $x=0$ κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή $y = +0,03 \text{ m}$. Δίνεται $\pi = 3,14$.

Εξετάσεις 2004

- 95) Η πηγή O αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο Σ απέχει από την πηγή O απόσταση 10m . Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Να υπολογίσετε:
 - a) Τη συχνότητα του κύματος.
 - b) Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
 - c) Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ .
 - d) Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.

Εξετάσεις Ομογενών 2004

- 96) Η κοινή φάση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι $2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)$ στο σύστημα SI.

- i) Να δειχθεί ότι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό.
- ii) Όταν το παραπάνω ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται σε ένα γυαλί έχει μήκος κύματος $2,5 \text{ mm}$. Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού αυτού.
- iii) Αναφερόμαστε στη διάδοση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό. Τα πεδία του περιγράφονται από τις

$$60 \text{ ημ}[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (1)$$

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ ημ}[2\pi (6 \cdot 10^{10} t - 2 \cdot 10^2 x)] \quad (2)$$

στο σύστημα SI. Να αιτιολογήσετε ποια από τις (1), (2) περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο και ποια το μαγνητικό πεδίο.

Δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό είναι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Εσπερινά 2004

- 97) Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία A και B αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $u = 0,5 \text{ m/s}$. Ένα σημείο K της επιφάνειας του νερού βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα AB και απέχει από τα A και B αποστάσεις $(AK) = r_1$ και $(BK) = r_2$ με $r_1 > r_2$. Το σημείο K είναι το πλησιέστερο προς το μέσο M του AB που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Η απομάκρυνση του σημείου K από τη θέση ισορροπίας λόγω της συμβολής των κυμάτων περιγράφεται σε συνάρτηση με το χρόνο t από την εξίσωση $y_K = 0,2\eta\mu 5\pi/3(t - 2)$ (σε μονάδες S.I.). Να υπολογίσετε:

- i) την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν.
- ii) την απόσταση AB των δύο πηγών.
- iii) τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου K από τα σημεία A και B .

- iv) τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος AB που λόγω της συμβολής έχουν πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου K.

Επαναληπτικές Ε.Α. 2004

- 98) Σε ένα σημείο μιας λίμνης, μια μέρα χωρίς αέρα, ένα σκάφος ρίχνει άγκυρα. Από το σημείο της επιφάνειας της λίμνης που πέφτει η άγκυρα ξεκινά εγκάρσιο κύμα. Ένας άνθρωπος που βρίσκεται σε βάρκα παρατηρεί ότι το κύμα φτάνει σ' αυτόν 50 s μετά την πτώση της άγκυρας. Το κύμα έχει ύψος 10 cm πάνω από την επιφάνεια της λίμνης, η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κορυφές του κύματος είναι 1 m, ενώ μέσα σε χρόνο 5 s το κύμα φτάνει στη βάρκα 10 φορές. Να υπολογίσετε:
- Την περίοδο του κύματος που φτάνει στη βάρκα.
 - Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
 - Την απόσταση της βάρκας από το σημείο πτώσης της άγκυρας.
 - Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του ανθρώπου στη βάρκα.

Εξετάσεις Εσπερινών 2005

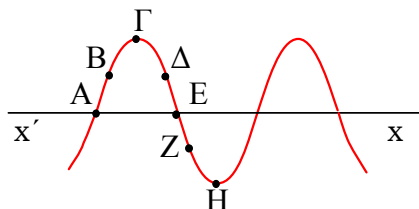
- 99) Κατά μήκος του άξονα $x'x$ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_1 της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:
- $$y_1 = A \eta \mu 30\pi t \text{ (SI)}$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2 , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου Π_1 , περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A \eta \mu (30\pi t + \pi/6) \text{ (SI)}$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

- Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;
- Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
- Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.
- Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z;

- v) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.
Δίνεται $\pi = 3,14$.

Εξετάσεις Ε.Α. 2005

- 100) Δύο σηματοδούρες A και B απέχουν μεταξύ τους απόσταση $AB = 13,5\text{m}$ και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σηματοδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την A προς την B, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σηματοδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρος» του κύματος από τη σηματοδούρα A στη B, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σηματοδούρας είναι $\pi/5 \text{ m/s}$. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σηματοδούρα A και ως αρχή μέτρησης των

χρόνων τη στιγμή που η σηματοδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

- i) Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος.
- ii) Πόσο απέχει η σηματοδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για $21^{\text{η}}$ φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή.
- iii) Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σηματοδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σηματοδούρα Α προς τη Β.
- iv) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σηματοδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σηματοδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσής της.

Επαναληπτικές Εξετάσεις Ε.Λ. 2006

- 101) Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι:

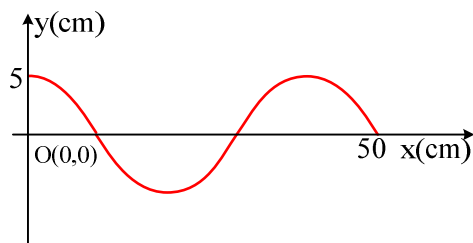
$$y = 10 \sin 1 \frac{\pi x}{4} \cos 20\pi t, \text{ όπου } x, y \text{ δίνονται σε cm και } t \text{ σε s. Να βρείτε:}$$

- α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.
- β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.
- γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t = 0,1 \text{ s}$ ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει 3 cm από το σημείο $x = 0$.
- δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων $x_A = 3 \text{ cm}$ και $x_B = 9 \text{ cm}$.

$$\text{Δίνονται: } \pi = 3,14 \text{ και } \sin 3\pi/4 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Εξετάσεις ΓΕΛ. 2007

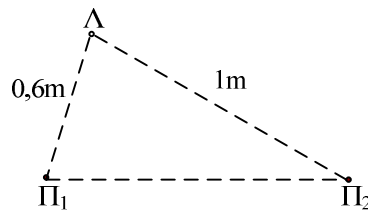
- 102) Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Οx, αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t = 0$, σύμφωνα με την εξίσωση: $y = A \sin 2\pi t$ (y σε cm, t σε s). Το εγκάρσιο κύμα, που δημιουργείται, διαδίδεται κατά μήκος του γραμμικού ελαστικού μέσου. Κάποια χρονική στιγμή το στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



- Α. Να βρείτε το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος.
 - Β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
 - Γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
 - Δ. Να βρείτε την ενέργεια ενός πολύ μικρού τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας $\Delta m = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.
- Δίνεται: $\pi^2 \approx 10$.

Εξετάσεις Εσπερινών 2008

- 103) Δύο σύγχρονες πηγές Π_1, Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η εξίσωση της ταλάντωσης κάθε πηγής είναι $y = 0,01 \cdot \eta\mu(10\pi t)$ (SI) και η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με $1,5 \text{ m/s}$. Ένα σημείο Λ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $0,6 \text{ m}$ και από την πηγή Π_2 απόσταση 1 m , όπως δείχνει το σχήμα.



Οι πηγές Π_1 , Π_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$.

α. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές.

β. Πόση είναι η συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής;

γ. Να υπολογισθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής.

δ. Να προσδιορισθεί η απομάκρυνση του σημείου Λ από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t = 4/3$ s.

Δίνεται $\sin(4\pi/3) = -1/2$

Επαναληπτικές ΓΕΛ 2008

- 104) Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ είναι:
 $y = 0,4 \eta \mu 2\pi(2t - 0,5x)$ (S.I.)

Να βρείτε:

α. Το μήκος κύματος λ και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος v .

β. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

γ. Τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1,5 m.

δ. Για τη χρονική στιγμή $t_1 = 11/8$ s να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να το σχεδιάσετε.

Εξετάσεις ΓΕΛ 2009

- 105) Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι:
 $y = 0,2 \eta \mu 2\pi(t - 2x)$ (S. I.)

Να υπολογίσετε:

Γ.1. την περίοδο και το μήκος κύματος.

Γ.2. την ταχύτητα του κύματος.

Γ.3. τη μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

Γ.4. την απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν διαφορά φάσης 4π rad.

Δίδεται $\pi^2 \approx 10$

Εξετάσεις εσπερινών 2010

- 106) Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου M , που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0,2 \eta \mu 2\pi(5t - 10).$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $v=2$ m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d=1$ m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $M\Pi_1$.

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

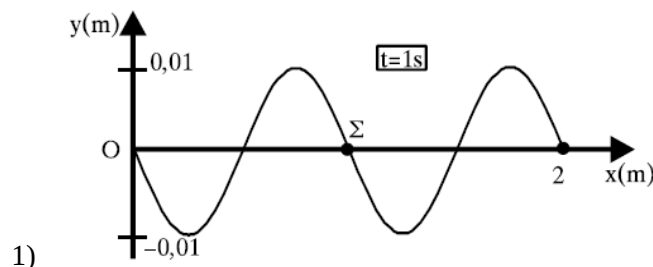
Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2,5$ s

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Εξετάσεις ΓΕΑ 2011

- 107) Το άκρο Ο γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Ox , αρχίζει τη χρονική στιγμή $t_0=0$ να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα, δημιουργώντας αρμονικό κύμα. Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=1$ sec.



Γ1. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος v και το μήκος κύματος λ .

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

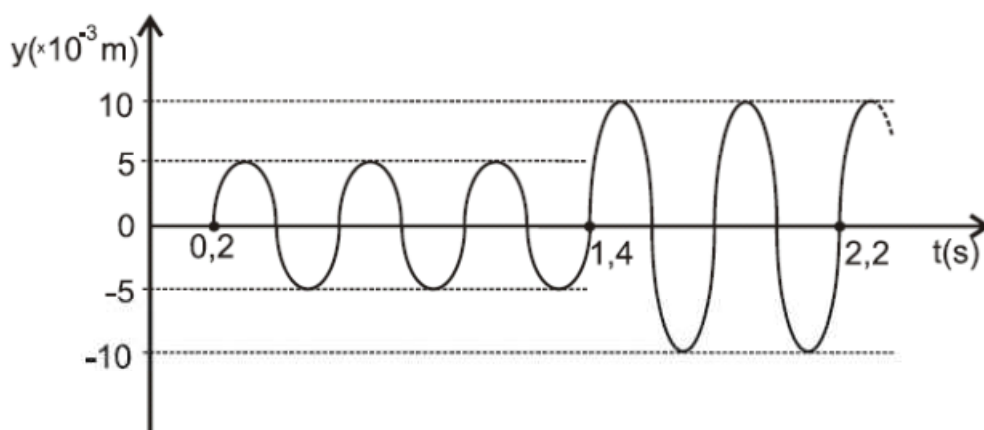
Γ3. Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του μέσου.

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός σημείου Σ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma=1$ m, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Εξετάσεις Εσπερινών 2011

- 107) Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 5$ m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2 . Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot \eta\mu\omega t$.



- i) Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές Π_1 και Π_2 , αντίστοιχα.
- ii) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.
- iii) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$;
- iv) Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών Π_1 και Π_2 έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2 , να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Δίνεται :

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

Εξετάσεις 2014