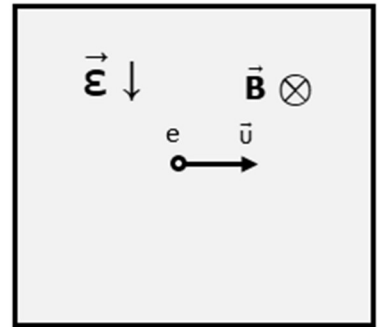


ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Ηλεκτρόνιο διανύει την περιοχή του σχήματος όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E=160\text{V/m}$ και ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B=10^{-4}\text{T}$ που έχουν τις δυναμικές γραμμές τους κάθετες και κατευθύνσεις όπως αυτές του σχήματος. Το ηλεκτρόνιο μέχρι να εξέλθει από την περιοχή αυτή εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου u .



α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ_e κατά de Broglie που συνοδεύει το ηλεκτρόνιο κατά την κίνησή του.

Στη διάταξη πειραματικής μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου ένα φωτοηλεκτρόνιο εξέρχεται από τη κάθοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια ίση με αυτή που είχε στην κίνηση που εκτελούσε στο προηγούμενο ερώτημα και συνοδεύεται από το ίδιο μήκος κύματος κατά de Broglie. Στην κάθοδο προσπίπτει μονοχρωματικό υπεριώδες φως με μήκος κύματος λ_ϕ για το οποίο ισχύει $\lambda_\phi=250\lambda_e$.

Να υπολογίσετε :

- β.** το μήκος κύματος και την ενέργεια των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο,
γ. το έργο εξαγωγής ϕ από την επιφάνεια του μετάλλου της καθόδου,
δ. τη διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ ανόδου και καθόδου, αν το φωτοηλεκτρόνιο μέγιστης κινητικής ενέργειας, όταν φθάνει στην άνοδο, συνοδεύεται από μήκος κύματος κατά de Broglie που είναι $\lambda'_e = \frac{\lambda_e}{2}$.

Δίνονται : $h=6,63 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$, $c=3 \cdot 10^8\text{m/s}$, μάζα ηλεκτρονίου $m_e=9 \cdot 10^{-31}\text{Kg}$, $1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

Λύση

α. Καθώς το ηλεκτρόνιο διανύει την περιοχή όπου συνυπάρχουν το ομογενές ηλεκτρικό και το ομογενές μαγνητικό πεδίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\eta\lambda} = F_{\text{Lorentz}} \Rightarrow Eq_e = Buq_e \Rightarrow u = \frac{E}{B} \Rightarrow u = \frac{160 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{10^{-4}\text{T}} \Rightarrow u = 16 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

Το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου είναι:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e u} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \lambda_e = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\text{Js}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 16 \cdot 10^5 \text{m/s}} \Rightarrow \lambda_e = 46 \cdot 10^{-11}\text{m} \quad (2)$$

β. Το μήκος κύματος των φωτονίων της προσπίπτουσας δέσμης μονοχρωματικού φωτός είναι:

$$\lambda_\phi = 250\lambda_e \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \lambda_\phi = 11,5 \cdot 10^{-8}\text{m} \quad (3) \text{ και η ενέργεια των φωτονίων της δέσμης είναι :}$$

$$E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda_\phi} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} E = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{11,5 \cdot 10^{-8}\text{m}} \Rightarrow E = 1,73 \cdot 10^{-18}\text{J} = 10,8\text{eV}$$

γ. Η κινητική ενέργεια του φωτοηλεκτρονίου που εξέρχεται από την κάθοδο με μέγιστη κινητική ενέργεια είναι :

$$K_k = \frac{1}{2} m_e v^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} K_k = \frac{1}{2} 9 \cdot 10^{-31} \text{Kg} \cdot 16^2 \cdot 10^{10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow K_k = 11,52 \cdot 10^{-19} \text{J} = 7,2 \text{eV} \quad (4)$$

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein: $K=E-\phi \stackrel{(3)}{\Rightarrow} \phi=10,8 \text{eV}-7,2 \text{eV} \Rightarrow \phi=3,6 \text{eV} \quad (4)$

δ. Από το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας κατά την κίνηση ενός φωτοηλεκτρονίου μέγιστης κινητικής ενέργειας από την κάθοδο στην άνοδο, όπου η διαφορά δυναμικού ανόδου – καθόδου είναι ΔV :

$$-|q_e|(V_k - V_a) = K_a - K_k \quad (5)$$

$$\text{Αλλά, } \frac{K_a}{K_k} = \frac{\frac{p^2}{2m_e}}{\frac{p^2}{2m_e}} \Rightarrow \frac{K_a}{K_k} = \frac{p^2}{p^2} \Rightarrow \frac{K_a}{K_k} = \frac{\frac{h^2}{\lambda_e'^2}}{\frac{h^2}{\lambda_e^2}} \Rightarrow \frac{K_a}{K_k} = \frac{\lambda_e^2}{\lambda_e'^2} \Rightarrow \frac{K_a}{K_k} = \frac{\lambda_e^2}{\frac{\lambda_e^2}{4}} \Rightarrow K_a = 4K_k \quad (6)$$

Από (5) και (6): $|q_e|(V_a - V_k) = 4K_k - K_k \Rightarrow |q_e|\Delta V = 3K_k \stackrel{(4)}{\Rightarrow} e\Delta V = 3 \cdot 7,2 \text{eV} \Rightarrow \Delta V = 21,6 \text{V}.$

ΘΕΜΑ 2ο

Κατά τη β^- ραδιενεργό διάσπαση (${}_0^1n \rightarrow {}_0^1p + e^- + \bar{\nu}_e$) δημιουργούνται ηλεκτρόνια με μέγιστη κινητική ενέργεια 2-3 MeV. Αν θεωρήσουμε ότι η ακτίνα του πυρήνα είναι 10^{-15}m , να αποδείξετε ότι το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να βρίσκεται μέσα στον πυρήνα. Να θεωρήσετε ότι η ενέργεια E του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση $E=pc$, όπου p =η ορμή του και c =η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Δίνονται: $h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$, $c=3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, $1 \text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$, και $\pi=3,14$.

Λύση

Η διάμετρος του πυρήνα είναι $\delta=2r=2 \cdot 10^{-15} \text{m}$, η μέγιστη Αβεβαιότητα για τη θέση του δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από τη διάμετρο του πυρήνα, άρα $\Delta x_{\max}=2 \cdot 10^{-15} \text{m} \quad (1)$

Από την Αρχή της Αβεβαιότητας:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow (\Delta p_x)_{\min} \simeq \frac{h}{2\pi \cdot (\Delta x)_{\max}} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} (\Delta p_x)_{\min} \simeq \frac{h}{2\pi \cdot (\Delta x)_{\max}} \Rightarrow$$

$$(\Delta p_x)_{\min} \simeq \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}}{6,28 \cdot 2 \cdot 10^{-15} \text{m}} \Rightarrow (\Delta p_x)_{\min} \simeq 5,28 \cdot 10^{-20} \text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2)$$

Η ενέργεια του ηλεκτρονίου, αν αυτό βρισκόταν στον πυρήνα, θα ήταν :

$$E=pc \stackrel{(2)}{\Rightarrow} E = 5,28 \cdot 10^{-20} \text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow E = 15,84 \cdot 10^{-12} \text{J} \Rightarrow$$

$$E = 9,9 \cdot 10^7 \text{eV} \Rightarrow E = 99 \text{MeV}$$

$$\text{Αλλά, } E = 99 \text{MeV} \gg 2 - 3 \text{MeV}$$

Η ενέργεια αυτή είναι πολύ μεγαλύτερη από την ενέργεια των ηλεκτρονίων που δημιουργούνται κατά τη β^- διάσπαση, άρα το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να βρίσκεται μέσα στον πυρήνα.

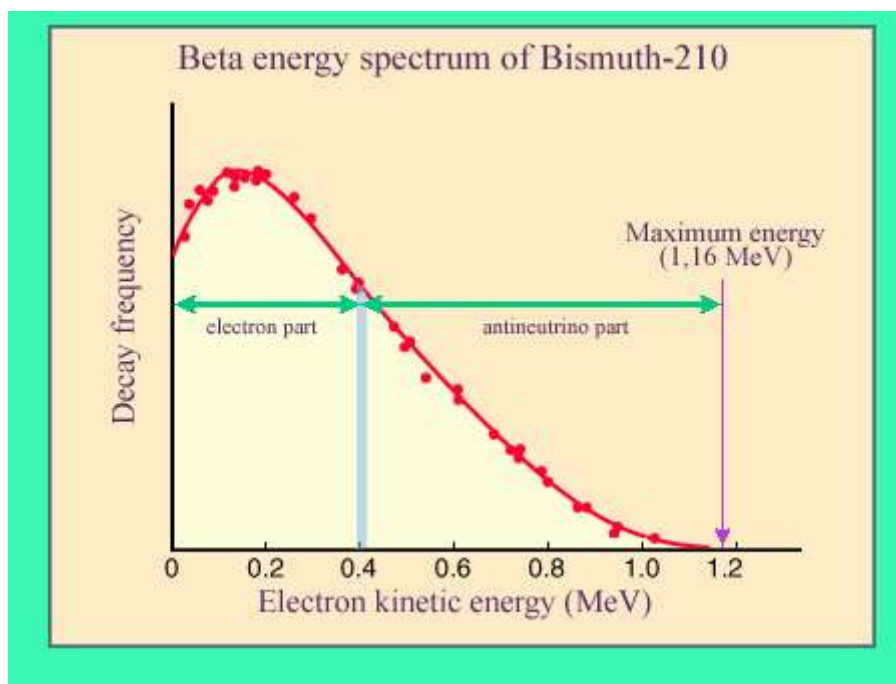
Σχόλιο 1

Η ενέργεια που εκλύεται λόγω του ελλείματος μάζας αποδόθηκε ως κινητική του δημιουργούμενου κατά τη β^- διάσπαση ηλεκτρονίου καθώς αμελήθηκαν ως πολύ μικρές, η ενέργεια ανάκρουσης του βαρέως, σε σχέση με το ηλεκτρόνιο, θυγατρικού πυρήνα, όπως και η κινητική του αμελητέας μάζας (σχεδόν μη ανιχνεύσιμου) αντιστρίνου.

Σχόλιο 2* (Για τους διδάσκοντες)

Ο λόγος που η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου υπολογίζεται σχετικιστικά είναι ότι οι τιμές της στη β^- διάσπαση είναι από 100KeV έως μερικά MeV, δηλαδή είναι συγκρίσιμες με τη μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου ($E=mc^2=511\text{KeV}$) η οποία δίνει τιμές ταχύτητας συγκρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός c . Τέλος η συνεχής κατανομή για την ενέργεια του ηλεκτρονίου στη β^- , όπως αυτή προέκυψε πειραματικά, οφείλεται στο γεγονός ότι η ενέργεια που εκλύεται κατανέμεται σε 3 σωμάτια, τον «βαρύ» θυγατρικό πυρήνα (στον οποίο υπάρχει το δημιουργηθέν πρωτόνιο) που μένει σχεδόν σε ηρεμία, ενώ το ηλεκτρόνιο και το αντιστρίνο μοιράζονται με διάφορους τρόπους την ενέργεια.

Στο επόμενο διάγραμμα απεικονίζεται ότι η κατανομή των τιμών ενέργειας του ηλεκτρονίου είναι συνεχής. Πρόκειται για την περίπτωση της β^- διάσπασης του ^{210}Bi .



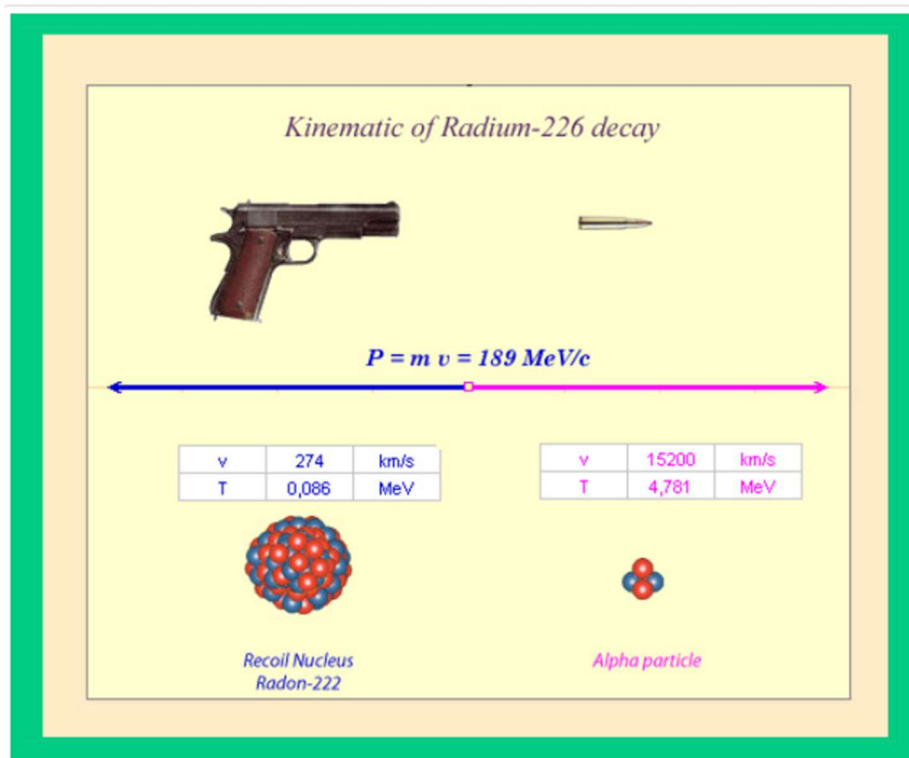
Στο διάγραμμα φαίνεται η περίπτωση όπου από την ολική ενέργεια που εκλύεται και είναι

1,16 MeV, η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι 0,4MeV, επομένως στο αντιστρίνο μένουν 0,76MeV. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι το ηλεκτρόνιο μπορεί να έχει μέγιστη κινητική ενέργεια 1,16MeV (endpoint) αφήνοντας το αντιστρίνο μόνο με την μάζα ηρεμίας του.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση με την α -διάσπαση. Εδώ η ενέργεια που εκλύεται κατανέμεται στο θυγατρικό πυρήνα και το σωμάτιο α (2 σωμάτια).

Η διατήρηση της ενέργειας και της ορμής καθιστούν την ενέργεια του σωματίου α συγκεκριμένη σε κάθε περίπτωση α - διάσπασης ,γι αυτό τα σωμάτια α είναι μονοενεργειακά. Στην επόμενη

εικόνα παρομοιάζεται η α διάσπαση του ράδιου (^{226}Ra) σε ραδόνιο (^{222}Rn) με την εκपुरσοκρότηση ενός όπλου. Εδώ το αωματίο –α παίρνει (ως κινητική ενέργεια) το 98,3% της ενέργειας που εκλύεται.



Οι δύο προηγούμενες εικόνες είναι από το : RADIOACTIVITY. EU.COM.

Ξ.Σ.Στεργιάδης