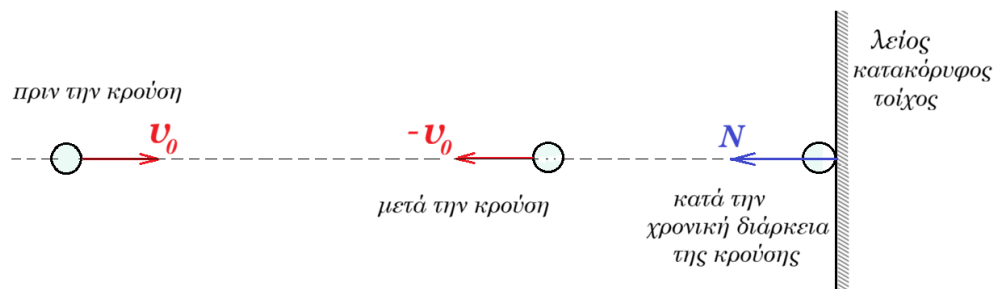


Ομογενής, συμπαγής σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ προσπίπτει κάθετα σε λείο κατακόρυφο τοίχο με ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$, η κρούση θεωρούμε ότι είναι ελαστική.

- α) Πως θα βρούμε την ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση;
 β) Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t=0,01\text{s}$ πόση δύναμη δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο;
 γ) Αν η σφαίρα προσπίπτει υπό γωνία $\varphi=30^\circ$ ως προς την κάθετη στον τοίχο, ποιά δύναμη δέχεται από αυτόν;
 δ) Αν υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu=0,1$ πόση είναι η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση; ($\Delta t=0,01\text{s}$)
 Πόση είναι η γωνία ανακλάσεως και πόση η απώλεια ενέργειας;
 ε) Ποιά σχέση συνδέει την συνιστώσα v_y' της ταχύτητας της σφαίρας (μετά την κρούση) που είναι παράλληλη στον τοίχο, με τον συντελεστή τριβής μ ; Σχεδιάστε το διάγραμμα $v_y'=f(\mu)$. Υπάρχει συντελεστής μ για τον οποίο η ταχύτητα v' της σφαίρας μετά την κρούση είναι κάθετη στον τοίχο;
 Δίνεται $\sin 30^\circ = 0,5$, $\mu 30^\circ = 0,5$

επίλυση



α) και β)

Η ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση θα έχει το ίδιο μέτρο (τιμή) αλλά αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με την αρχική ταχύτητα, δηλαδή $v' = -v_0$

Αυτό συμβαίνει επειδή η κρούση είναι **κεντρική και ελαστική** και ο **κατακόρυφος τοίχος θεωρείται ακλόνητος** (έχει πρακτικά άπειρη μάζα σε σχέση με τη σφαίρα μάζας $0,1\text{ kg}$)

Μεταβολή της Ορμής (Δp)

Αν θεωρήσουμε θετική την κατεύθυνση προς τον τοίχο:

Αρχική ορμή: $p_{\text{αρχ}} = m \cdot v = 0,1\text{kg} \cdot 10\text{m/s} = +1\text{kg} \cdot \text{m/s}$

Τελική ορμή: $p_{\text{τελ}} = m \cdot v' = 0,1\text{kg} \cdot (-10\text{m/s}) = -1\text{kg} \cdot \text{m/s}$

Η μεταβολή της ορμής είναι:

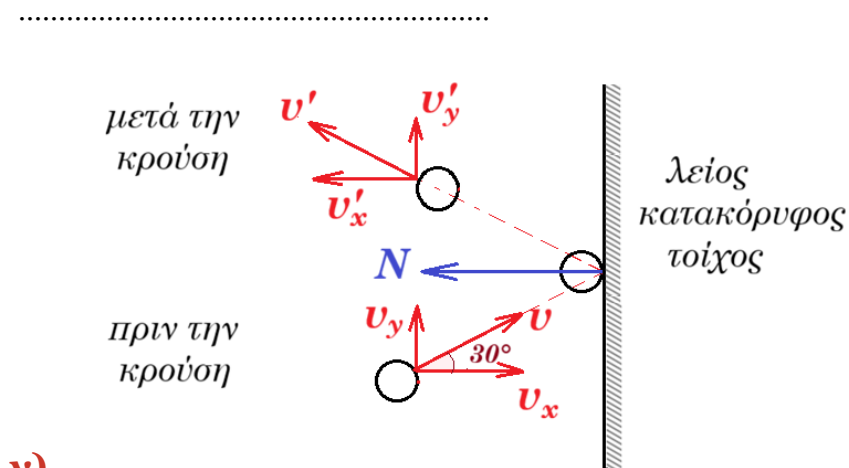
$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = -1 - 1 = -2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η μεταβολή έχει κατεύθυνση προς τα πίσω, μακριά από τον τοίχο).

η σφαίρα δέχεται από τον τοίχο δύναμη N με συνέπεια να μεταβληθεί η ορμή της

$$N = \Delta p / \Delta t = -2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} / 0,01 \text{ s} = -200 \text{ N}$$

η σφαίρα δέχεται από τον τοίχο δύναμη μέτρου 200 N, το (-) δηλώνει ότι η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας v της σφαίρας (ομόρροπη της v')



γ)

αναλύουμε την v σε δύο άξονες :

άξονας (x) κάθετος στον τοίχο : $v_x = v \sin 30^\circ = 10 \text{ m/s} \cdot 0,87 = 8,7 \text{ m/s}$

άξονας (y) κάθετος στον τοίχο : $v_y = v \cos 30^\circ = 10 \text{ m/s} \cdot 0,5 = 5 \text{ m/s}$

η σφαίρα δέχεται δύναμη κάθετη στον τοίχο οπότε $v_x' = -v \sin 30^\circ = -10 \text{ m/s} \cdot 0,87 = -8,7 \text{ m/s}$

η σφαίρα δεν δέχεται δύναμη παράλληλα στον τοίχο οπότε $v_y' = v_y = v \cos 30^\circ = 5 \text{ m/s}$

Αν θεωρήσουμε θετική την κατεύθυνση προς τον τοίχο:

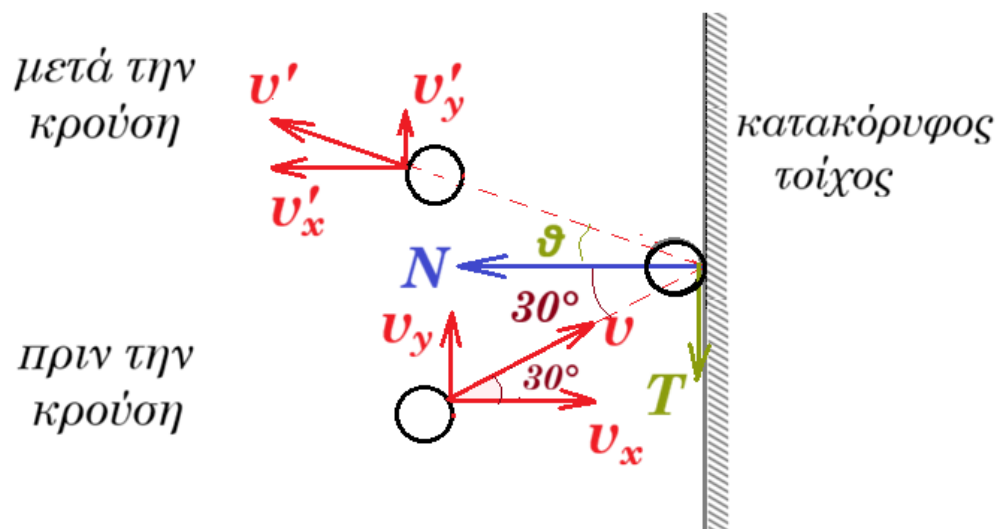
Αρχική ορμή: $p_{\text{αρχ}} = 0,1 \text{ kg} \cdot 8,7 \text{ m/s} = +0,87 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

Τελική ορμή: $p_{\text{τελ}} = 0,1 \text{ kg} \cdot (-8,7 \text{ m/s}) = -0,87 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

Η μεταβολή της ορμής είναι:

$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = -0,87 - 0,87 = -1,74 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$N = \Delta p / \Delta t = -1,74 \text{ kg} \cdot \text{m/s} / 0,01 \text{ s} = -174 \text{ N}$$

**δ)**

το μέτρο της δύναμη τριβής : $T = \mu N = 0,1 \cdot 174 = 17,4 \text{ N}$

$$T = |\Delta p_y| / \Delta t \Rightarrow |\Delta p_y| = T \Delta t = 17,4 \text{ N} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,174 \text{ kg.m/s}$$

η τριβή προκαλεί επιβράδυνση στην κίνηση της σφαίρας

$$\Delta p_y = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} \Rightarrow -0,174 \text{ kg.m/s} = 0,1 \text{ kg } v_y' - 0,1 \text{ kg } 5 \text{ m/s} \Rightarrow -1,74 \text{ m/s} = v_y' - 5 \text{ m/s} \Rightarrow v_y' = 3,26 \text{ m/s}$$

$$\text{η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση : } (v')^2 = 8,7^2 + 3,26^2 = 86,3176 \Rightarrow v' = 9,3 \text{ m/s}$$

$$\epsilon\phi\theta = v_y' / v_x' = 3,26 / 8,7 = 0,375 \Rightarrow \theta = 20,5^\circ$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 9,3^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^2 = -0,68 \text{ J απώλεια ενέργειας}$$

ε)

$$|N| = 174 \text{ N}, \quad T = \mu |N|, \quad \Sigma F_y = \Delta p_y / \Delta t \Rightarrow -T = (p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}}) / \Delta t \Rightarrow -\mu |N| \Delta t = m v_y' - m v_y \\ \Rightarrow m v_y' = m v_y - \mu |N| \Delta t \Rightarrow 0,1 v_y' = 0,1 \cdot 5 - \mu \cdot 174 \cdot 0,01 \Rightarrow v_y' = 5 - \mu \cdot 17,4 \quad \text{το} \\ \text{διάγραμμα είναι ευθεία με κλίση } (-17,4)$$

η ταχύτητα v' της σφαίρας μετά την κρούση έχει δύο συνιστώσες : v_x' και v_y' , για να είναι η v' κάθετη στον τοίχο αρκεί $v_y' = 0 \Rightarrow 5 - \mu \cdot 17,4 = 0 \Rightarrow \mu = 5/17,4 \quad \text{ή} \quad \sqrt{3}/6$